

# Calcul numérique de l'incertitude de l'holographie extraite d'une mesure de champ proche planaire

Michael Charles, Yannick Le Sage, Patricia Vincent-Drouart et Jean-Marie Lerat

Laboratoire National de métrologie et d'Essais (LNE), 29 avenue Roger Hennequin 78197 Trappes, France

**Abstract.** High quality satellite, fibre and mobile communications are an essential part of modern life and vital to European Industry, with increasing demand for telecommunications growing at 40 %. This work develops algorithmic methods allowing traceability in both the measurement and the arithmetic exploitation of the radiated field of antenna. This development has been achieved from electromagnetics simulation with the software CST microwave studio and the Matlab calculator for the algorithmic approaches. Microwave holography allows calculating the field distribution of antenna for different distances between the antenna and the receiver from an initial measurement. The interpolation method allows obtaining a field distribution of antenna with a matrix mesh more thin from a measurement with a matrix mesh more large. In this work, we show the uncertainties propagation using Monte Carlo method. This study allows showing the limits of using algorithms and the parameters which are at the origin of these limits.

## 1 Introduction

Les technologies de communication telles que le satellite, la fibre et la téléphonie mobile sont des outils indispensables et le développement de moyens de mesure adaptés et efficient est primordial pour l'industrie. L'objectif de ce travail est de tester les algorithmes permettant de réduire les temps d'acquisition de la distribution de champ d'une antenne, d'extrapoler des données champ proche vers champ lointain et de propager les incertitudes de mesure. Cette étude présente dans un premier une approche algorithmique visant à calculer le spectre en onde plane d'une distribution de champ électrique puis à déterminer le champ à une distance fixe du plan de mesure par projection holographique. La méthode est appliquée à un modèle d'antenne cornet simulé sous CST et les incertitudes sont calculées par une méthode de type Monte-Carlo.

## 2 Description des algorithmes

### 2.1 Interpolation d'une matrice de données 2D

Le but d'une interpolation sur une matrice de distribution de champ d'une antenne est d'obtenir une matrice plus dense avec un maillage plus fin. Ainsi, il est possible d'extrapoler plus finement la distribution de champ d'une antenne en diminuant le temps de mesure. L'interpolation est sur les données de mesure est d'abord réalisée avec une fonction intégrée du calculateur Matlab<sup>TM</sup>: « griddata ».

### 2.2 Projection holographique d'une distribution de champ

<sup>1</sup> Email de correspondance de l'auteur : michael.charles@lne.fr

La projection holographique a pour finalité d'établir la distribution de champ d'une antenne à une distance arbitraire de celle-ci à partir de la distribution de champ de cette même antenne en champ proche. Cette méthode permet d'extrapoler la matrice de données 2D d'une distribution de champ sur une longue distance entre une antenne et son récepteur à partir d'une mesure sur une courte distance dans des conditions modulables et définies.

Au préalable, nous devons déterminer les vecteurs d'ondes  $k_x$ ,  $k_y$  et  $k_z$  qui sont les paramètres de la décomposition du spectre d'onde plane [1].

$$k_x = \frac{\pi \times (-N + 2 \times T_x)}{N \times dX} \quad (1)$$

$$k_y = \frac{\pi \times (-M + 2 \times T_y)}{N \times dY} \quad (2)$$

$$k_z = \sqrt{k_0^2 - k_x^2 - k_y^2} \quad (3)$$

Les valeurs des vecteurs d'onde sont déterminées pour une donnée de mesure sur une grille de mesure rectangulaire régulière en fonction du nombre de points, du pas d'échantillonnage dans les deux directions et du vecteur d'onde dans l'espace libre :

- (N,M) la taille de la matrice
- $T_x=0,1,2,\dots,N-1$  et  $T_y=0,1,2,\dots,M-1$
- $dX$  et  $dY$  les pas matriciels selon les axes X et Y
- $k_0=2\pi/\lambda$  avec  $\lambda$  la longueur d'onde

Afin de déterminer la projection holographique d'une distribution de champ, nous calculons son spectre en onde plane en effectuant une transformée de Fourier de la distribution de champ mesurée ou simulée [1].

$$A(k_x, k_y) = \iint E(X, Y, 0) e^{-j(k_x X + k_y Y)} dX dY \quad (4)$$

Avec A le spectre en onde plane et E la distribution de champ.

A partir du spectre en onde plane, nous pouvons déterminer la projection holographique de la distribution de champ à une distance Z du plan de mesure initial, situé en Z = 0 par convention. L'axe de Z positif est orienté en s'éloignant de la source de champ.

$$E(X, Y, Z) = \frac{1}{4\pi^2} \iint A(k_x, k_y) e^{j(k_x X + k_y Y + k_z Z)} dk_x dk_y \quad (5)$$

### 2.3 Propagation des incertitudes par la méthode de Monte Carlo

Afin d'établir une incertitude sur la distribution de champs après interpolation et/ou projection holographique, nous utilisons la méthode de Monte Carlo comme préconisé par le GUM [2]. Nous effectuons une répétabilité de notre mesure initiale en champ proche et nous déterminons son écart-type. Ensuite nous considérons que la répétabilité de notre mesure obéit à une loi de distribution normale centrée sur sa moyenne. Nous déterminons ensuite  $3 \times 10^5$  tirages de notre distribution de champs autour de cette moyenne. Ce nombre de tirage est nécessaire et suffisant pour le générateur de nombre aléatoire du calculateur Matlab.

### 3 Résultats obtenus sur une antenne cornet simulée

Nous allons évaluer la performance de l'algorithme sur la projection holographique et l'interpolation de la distribution de champ d'une antenne cornet en champ proche pour une fréquence de 50 GHz. Le cornet utilisé pour les simulations est montré en Figure 1. Les dimensions de l'ouverture sont celles d'un cornet pyramidal 40 à 60 GHz en connectique WR19.

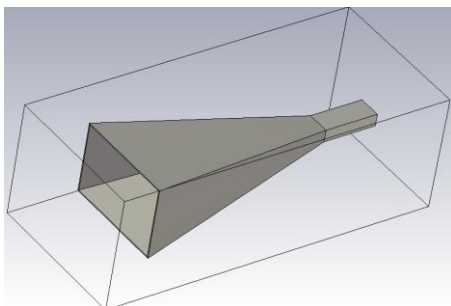


Figure 1. Antenne cornet modélisée sous CST microwave studio

#### 3.1. Projection holographique

Nous allons étudier quatre distances entre l'antenne et le récepteur : 86 mm ( $8\lambda$ ), 92 mm ( $9\lambda$ ), 98 mm ( $9\lambda$ ) et 104 mm ( $11\lambda$ ). Nous effectuons une simulation CST pour une distance de  $8\lambda$  entre l'antenne et le récepteur.

Il est à noter que pour une distance inférieure les algorithmes pour la projection holographique ne présentent pas de bons résultats. Une distance minimale est donc requise selon le type d'antenne étudiée.

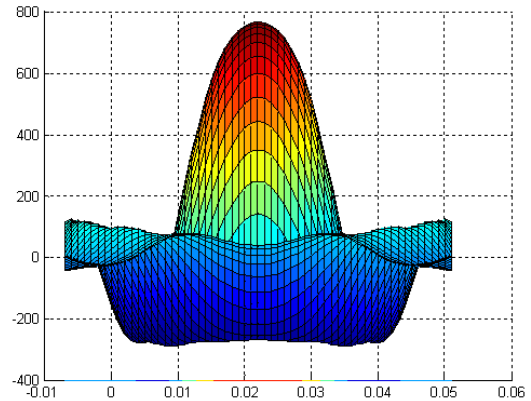


Figure 2. Distribution de champ (V/m) à  $8\lambda$  obtenue à partir de CST

A partir de cette première simulation, nous utilisons nos algorithmes afin d'effectuer une projection holographique pour les distances suivantes et nous comparons ces résultats à ceux obtenus par simulations avec CST.

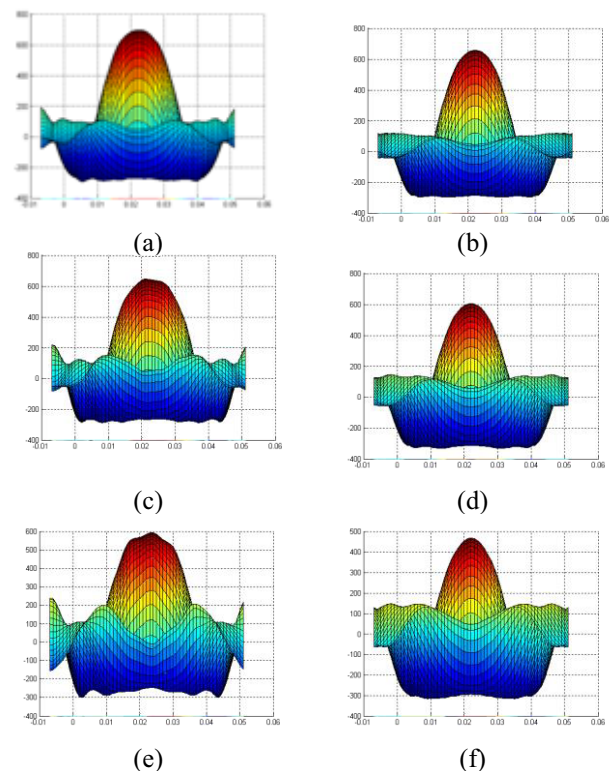
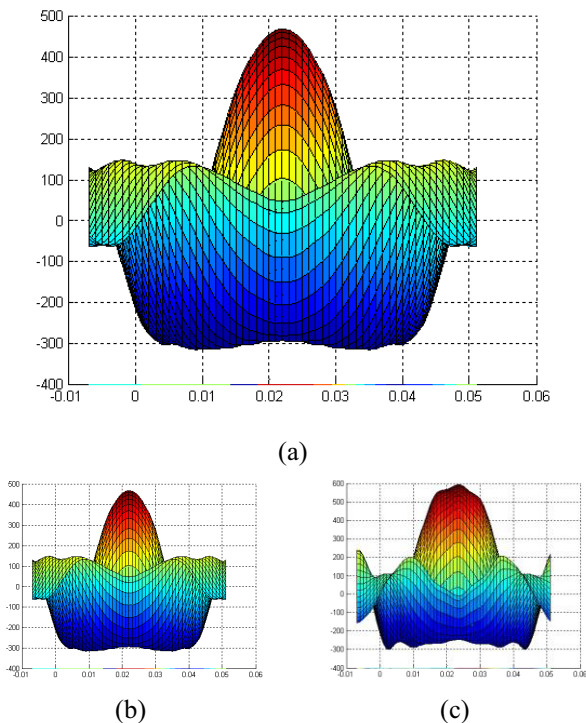


Figure 3. Distribution de champ (V/m) à  $9\lambda$ ,  $10\lambda$ ,  $11\lambda$  obtenue projection holographique (a, c, e) et à partir de CST (b, d, f)

Nous observons une corrélation des résultats entre la simulation avec CST et la projection holographique pour  $9\lambda$  et  $10\lambda$ . Cependant, à partir de  $11\lambda$ , nous constatons une différence sur la forme de la distribution de champ et son niveau maximum. Afin de mettre en lumière le ou les paramètres à l'origine de cette limite d'utilisation, nous allons étudier séparément l'impact des paramètres réel et imaginaire de la distribution de champ à  $11\lambda$ . L'idée consiste à remplacer successivement chacun de ses paramètres dans l'algorithme de projection holographique Matlab par ceux issus du résultat de simulation obtenu avec CST microwave studio.



**Figure 4.** Distribution de champ (V/m) à  $11\lambda$  (a). Distribution de champ (V/m) à  $11\lambda$  par projection holographique à partir de  $8\lambda$  en utilisant successivement les paramètres imaginaire (b) et réel (c) issus de la simulation CST à  $11\lambda$ .

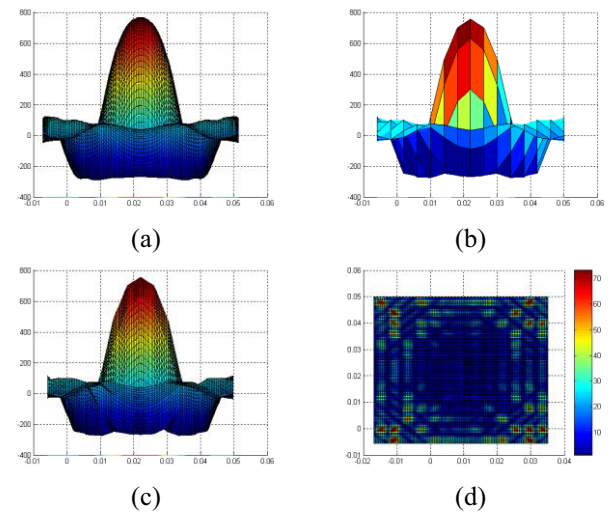
La figure 3 montre que la partie imaginaire de la distribution de champ de notre antenne cornet suite à la projection holographique est le paramètre contraignant à la mise en œuvre de l'algorithme au-delà de  $+2\lambda$ . Cependant, ces limites sont liées au type d'antenne et à la forme plus ou moins prononcée de sa distribution de champ.

### 3.2 Interpolation

Nous allons montrer dans cette partie les possibilités et les limites de la fonction d'interpolation « griddata » du calculateur Matlab. Pour ce faire, nous définissons une erreur sur l'interpolation définie par l'équation suivante :

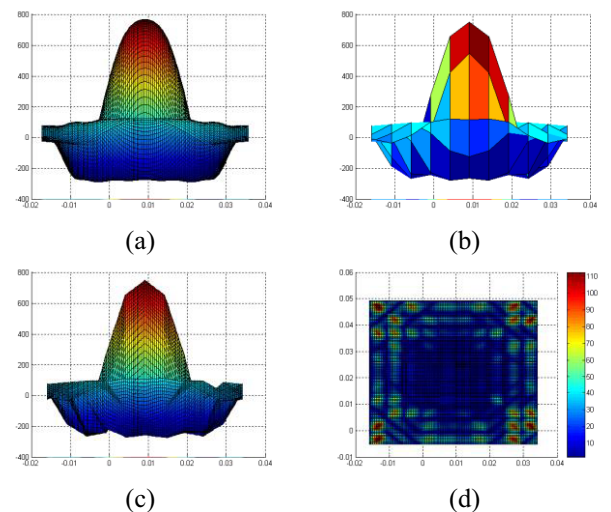
$$Erreur(\%) = 100 \times \left| \frac{E_{CST} - E_{interpolation}}{E_{CST}} \right| \quad (6)$$

Avec E la distribution de champ (V/m).



**Figure 5.** Simulation CST d'une distribution de champ (V/m) avec un pas matriciel de 0,5 mm (a). Simulation CST d'une distribution de champ (V/m) avec un pas matriciel de 4 mm (b). Interpolation de (b) pour obtenir un pas matriciel de 0,5 mm (c). Erreur sur l'interpolation en % (d).

Nous observons sur la figure 5 que notre algorithme d'interpolation fonctionne avec un pas matriciel initial de 4 mm. La forme globale ainsi que les niveaux de la distribution de champ après interpolation (figure 5c) concordent avec ceux obtenus par simulation (figure 5a). Les erreurs les plus significatives sont observables sur les bords de la distribution de champ (figure 5d).



**Figure 6.** Simulation CST d'une distribution de champ (V/m) avec un pas matriciel de 0,5 mm (a). Simulation CST d'une distribution de champ (V/m) avec un pas matriciel de 5 mm (b). Interpolation de (b) pour obtenir un pas matriciel de 0,5 mm (c). Erreur sur l'interpolation en % (d).

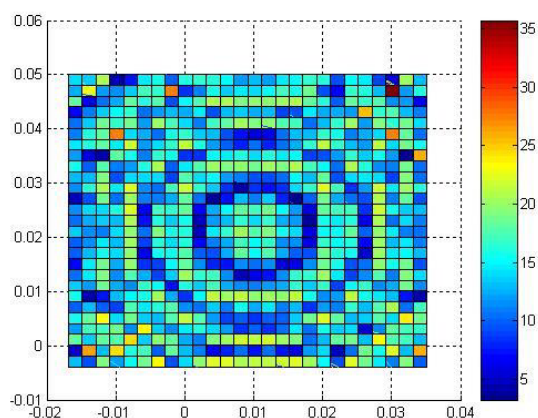
La figure 6 nous permet de constater que notre algorithme d'interpolation fonctionne également avec un pas matriciel initial de 5 mm. La forme globale ainsi que les niveaux de la distribution de champ après interpolation (figure 6c) restent concordant avec ceux obtenus par simulation, même si on observe un début de dérive sur la forme (figure 6a). Les erreurs les plus

significatives se situent sur les bords de la distribution de champ (figure 6d), mais ces dernières ont tendances à s'accroître par rapport à celles obtenues à la figure 5.

Nous pouvons conclure qu'au-delà d'un pas de mesure matriciel de 5 mm, l'algorithme d'interpolation ne permet pas d'extrapoler la mesure avec un pas plus fin. Cependant, comme pour l'algorithme de projection holographique, ces limites sont liées au type d'antenne et à la forme plus ou moins prononcée de sa distribution de champ.

### 3.3 Propagation des incertitudes

Dans le but de quantifier l'impact de la projection holographique et de l'interpolation sur l'incertitude de la distribution de champ de notre antenne cornet, nous faisons l'hypothèse initiale d'une incertitude de 1% sur la distribution de champ initiale. Nous allons observer ainsi la propagation des incertitudes par la méthode de Monte Carlo en effectuant une projection holographique de  $+\lambda$  (6 mm) avec un facteur d'interpolation de 2 pour une distribution de champ initial de  $8\lambda$  (86 mm) entre l'antenne et le récepteur et un pas matriciel de 4 mm.



**Figure 7.** Incertitude relative en % obtenue sur la distribution de champ suite à une projection holographique et une interpolation.

La figure 7 montre que l'incertitude relative n'excède pas 25% au centre de la matrice de distribution de champ pour les conditions définies initialement.

## 4 Conclusion

Nous avons mis en œuvre un algorithme permettant de réduire les temps d'acquisition de la distribution de champ d'une antenne pour un maillage matriciel fin à partir d'un maillage plus large et d'extrapoler des données champ proche vers champ proche. Les limites de ces méthodes ont été explicitées, ces dernières dépendent de la forme prononcée ou non de la distribution de champ initiale et de sa partie imaginaire. Ce travail illustre également la propagation des incertitudes par la méthode de Monte Carlo dont la pertinence devra être confirmée par des mesures expérimentales. La suite de nos travaux portera sur le développement d'un algorithme de compensation des mesures d'antenne s'appuyant sur la décomposition en onde plane des diagramme de

rayonnement de l'antenne éclairant sous test et en une étude plus poussée du comportement de la partie imaginaire de la distribution de champs d'une antenne afin d'étendre les possibilités de la méthode en projection holographique.

## Références

1. S. Gregson, J. McCormick and C. Parini, "Principles of Planar Near-Field Antenna Measurements", Institution of Engineering and Technology, London, United Kingdom (2007), pp 137-143. ISBN: 978-0-86341-736-8
2. Evaluation of measurement data- Supplement 1 to the « Guide to the expression of uncertainty in measurement » - Propagation of distributions using a Monte Carlo method, JCGM 101 :2008.