La derive dans l'évaluation de l'incertitude

*Pascal Coquet*¹ – ACEI Services, 6 bis rue Jean Zay, 64000 Pau, France

Taking into account the instrumental drift in the uncertainty of measurement does not benefit at this time from a provided bibliography. Although an abundant literature (standards, articles, samples collections, etc.) dealing with the estimation of uncertainty by the GUM method exists, the question of the drift component is often avoided or inaccurate, usually limited to a point-to-point deviation divided by $2\sqrt{3}$, which is based on an erroneous hypothesis and clearly confines to being immobile. The choice of a rectangular probability law supposes that the greatest variation observed is necessarily the greatest observable variation; in other words, during the observed history (sometimes reduced to two calibration certificates), we noted the maximum drift of which the instrument could be the object. If the method is effectively statistically questionable, it becomes completely useless as soon as a modification takes place; especially when the periodicity optimization (variable calibration frequency) is used or when the points are changed from one calibration to another, in number or level. We propose here an alternative method which intends to correct these defects and is at once compatible with the principles of the GUM and easily automatable.

La prise en compte de la dérive instrumentale dans l'incertitude de mesure ne bénéficie pas à ce jour d'une grande bibliographie. La littérature traitant de l'estimation de l'incertitude par la méthode du GUM²(normes, articles, recueils d'exemples, guides techniques...) survolent souvent l'évaluation de cette composante. D'une manière générale, elle est quantifiée par la différence point par point entre les deux derniers étalonnages, différence divisée par $2\sqrt{3}$ supposant une distribution uniforme.

De fait, une telle interprétation soulève des questions. Comment quantifier la dérive lorsque le nombre ou la position des points d'étalonnage est amenée à changer ? Pourquoi considérer individuellement chaque point d'étalonnage et non la courbe d'étalonnage dans son ensemble ? Pourquoi ne s'intéresser qu'aux deux, voire trois derniers certificats ? Pourquoi choisir l'écart maximal ? Pourquoi une loi de probabilité plutôt qu'une autre ?

Nous souhaitons proposer ici une méthode d'évaluation de la composante d'incertitude en question qui soit à la fois compatible avec les principes du GUM et facilement automatisable.

¹Corresponding author : pascal.coquet@acei-services.com

² GUM ou NF ISO/CEI Guide 98-3 : 2015 Incertitude de mesure – Partie 3 : Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure

Il convient dans un premier temps d'examiner la méthode d'évaluation proposée traditionnellement.

Méthode traditionnelle

Dérive calculée en chaque point d'étalonnage

La dérive est calculée comme une variation entre deux étalonnages au même point. Pratiquement, elle s'écrit comme la différence entre l'erreur de justesse au point k de l'étalonnage n et l'erreur de justesse au point k de l'étalonnage n-1, ce qui impose certaines limitations :

- les points d'étalonnage sont toujours les mêmes d'un étalonnage à l'autre. La méthode interdit de déplacer les points et de modifier leur nombre.
- La fréquence d'étalonnage doit rester fixe. En effet, la variation observée entre deux étalonnages espacés de deux ans a toutes les chances d'être plus importante qu'une variation sur un an, ce dont la méthode ne tient pas compte.

Ces limitations confinent à l'immobilisme. La moindre modification/optimisation de périodicité d'étalonnage rend les dérives successives incomparables. De même, la méthode s'effondre dès que l'on modifie le nombre ou la position des points d'étalonnage, à moins de recourir à un bricolage mathématique, lequel consiste en général à interpoler par segment, perdant au passage tout lien avec la réalité physique du mesurande.

Taille de l'historique

Se contenter de considérer les derniers certificats d'étalonnage seulement revient à se priver d'une part parfois riche et importante de l'information disponible³.

Ecart maximal (plus grande des variations observées entre deux étalonnages successifs)

Dans tous les cas, on retient la plus grande dérive observée entre deux étalonnages successifs. Cette méthode présente deux inconvénients évidents :

- Si la taille de l'historique se réduit aux deux derniers certificats : le risque est d'oublier par amnésie volontaire des dérives qui peuvent être plus représentatives que la dernière.
- Si la taille de l'historique est importante : il y a un risque de « trainer » dans l'incertitude une « dérive de jeunesse », fréquente en température et dans certaines grandeurs électriques.

Choix de la loi de probabilité

Dans la grande majorité des cas, la loi rectangulaire (ou uniforme) est adoptée, prenant comme intervalle de variation l'écart observé entre les deux derniers étalonnages. Ce

³A ce sujet, la norme NF ISO/IEC Guide 98-4 et le fascicule X07-039 apportent un éclairage nouveau sur la manière d'améliorer la connaissance d'une entité (instrument, pièce...) sur la base d'un *a priori* informationnel.

choix repose sur une hypothèse absurde : la plus grande variation observée est forcément la plus grande variation observable. Autrement dit, au cours de l'historique considéré (parfois réduit à deux étalonnages), on suppose avoir observé la dérive maximale dont l'instrument peut être l'objet.

Vers une autre méthode

Rappelons tout d'abord que le but de cette conférence est de proposer une méthode d'évaluation de la *composante d'incertitude relative à la dérive* compatible avec le GUM, ce qui implique deux préalables :

- la modélisation des résultats de mesure a été réalisée, conformément à la définition de l'étalonnage⁴.
- la dérive de l'instrument est avérée. Il n'y a en effet pas lieu de déterminer une composante de dérive lorsqu'il n'y a pas dérive.

Ainsi, la méthode proposée doit répondre aux critères suivants :

- Insensibilité au nombre et au placement des points.
- Utilisation de toute l'information disponible.
- Prise en compte de la période d'étalonnage.
- Choix d'une loi de probabilité représentant au mieux la dispersion réelle.

Etape 1 : quantification de la dérive

L'étalonnage, tel qu'il est défini dans le VIM depuis 2012, inclut une phase de modélisation. Afin de palier au problème des points individuels, nous proposons d'utiliser ce modèle.

Supposons par exemple deux étalonnages successifs notés n et $n-1$ dont les modèles de correction sont donnés sous forme polynomiale de degré deux :

$$C_n = a_{2,n}x^2 + a_{1,n}x + a_{0,n}$$

$$C_{n-1} = a_{2,n-1}x^2 + a_{1,n-1}x + a_{0,n-1}$$

où x représente la valeur indiquée par l'instrument

Une fois les modèles de correction successifs définis, la dérive s'exprime simplement de la manière suivante :

$$d_n = C_{n-1} - C_n$$

Note : la correction étant l'opposé de l'erreur, la dérive procède de la différence entre l'ancienne et la nouvelle correction.

Les figures ci-dessous présentent une série de courbes d'étalonnage (correction en fonction de la valeur indiquée + incertitude) réalisées sur un manomètre numérique.

⁴ VIM 3 ou JCGM200 : 2012 Vocabulaire International de Métrologie

Figure 1 Etalonnage n-3

Figure 2 Etalonnage n-2

Figure 3 Etalonnage n-1

Figure 4 Etalonnage n

Cet exemple illustre un cas réel où les points d'étalonnage ont été modifiés à deux reprises au fil du temps. Une étude préalable a montré que l'instrument subit une dérive.

Finalement, la dérive est calculable en tout point et s'exprime, en un point particulier x_p , de cette manière :

$$d_n(x_p) = (a_{2,n-1} - a_{2,n})x_p^2 + (a_{1,n-1} - a_{1,n})x_p + a_{0,n-1} - a_{0,n}$$

Ainsi, cette méthode de quantification répond au premier objectif : l'insensibilité au nombre et au placement des points d'étalonnage.

Etape 2 : évaluation de la composante de dérive

Prise en compte de l'historique

Afin de prendre en compte les anciennes dérives, nous introduisons un paramètre représentant la « dérive globale » noté D_n .

La dérive observée dans notre exemple étant monotone, nous choisirons une méthode de type B⁵ dont nous déterminerons l'intervalle de variation.

Dans un premier temps, prenons comme *dérive globale* le max, en valeur absolue, des dérives observées durant la vie de l'équipement :

⁵ Lorsque la dérive existe mais n'est pas modélisable, on peut la traiter comme étant aléatoire. Le choix peut alors se porter sur un D_n exprimé sous forme d'écart-type des d_i .

$$D_n = \text{Max}[|d_i|] = \text{Max}[|d_n|; |d_{n-1}|; |d_{n-2}|; \dots]$$

Cette formulation souffrant de ne pas distinguer l'âge des dérives, nous modifions l'équation précédente, incluant un coefficient de décroissance $k \in]0; 1[$:

$$D_n = \text{Max}[|d_n|; k \cdot D_{n-1}]$$

Cette équation remplit le second objectif : prendre en compte la totalité de l'historique sans être pénalisé par d'éventuelles dérives très anciennes.

Expression de la dérive précédente :

$$D_{n-1} = \text{Max}[|d_{n-1}|; k \cdot D_{n-2}]$$

Sous sa forme développée, la dérive globale s'exprime de cette manière :

$$D_n = \text{Max}\{|d_n|; k \cdot \text{Max}[|d_{n-1}|; k \cdot D_{n-2}]\}$$

Il vient :

$$\begin{aligned} D_n &= \text{Max}\{|d_n|; k \cdot |d_{n-1}|; k^2 \cdot D_{n-2}\} \\ &= \text{Max}\{|d_n|; k \cdot |d_{n-1}|; k^2 \cdot |d_{n-2}|; k^3 \cdot D_{n-3}\} \\ &= \text{Max}\{|d_n|; k \cdot |d_{n-1}|; k^2 \cdot |d_{n-2}|; k^3 \cdot |d_{n-3}|; k^4 \cdot |d_{n-4}|; \dots\} \end{aligned}$$

En prenant par exemple $k = 0,9$, on remarque que les anciennes dérives finissent par être gommées lentement sans totalement disparaître :

$$D_n = \text{Max}\{|d_n|; 0,9 \cdot |d_{n-1}|; 0,81 \cdot |d_{n-2}|; 0,73 \cdot |d_{n-3}|; 0,66 \cdot |d_{n-4}|; 0,59 \cdot |d_{n-5}|; \dots\}$$

Il va de soi que le facteur de décroissance k doit être choisi de manière raisonnable.

Prise en compte de la période d'étalonnage

Il semble évident que la dérive ne doit pas peser de la même manière sur l'incertitude lorsque la périodicité d'étalonnage est modifiée. Imaginons que, pour cause de dérive, nous divisons par deux la périodicité ; le risque d'observer sur la période à venir la même dérive qu'entre les deux étalonnages précédents s'en trouve forcément diminué. Nous pouvons même raisonnablement postuler qu'il est lui aussi divisé par deux.

En effet, peut-on raisonnablement imaginer une dérive survenant systématiquement entre l'étalonnage et la première utilisation ? Dans des conditions normales d'utilisation et en supposant que l'instrument a été correctement emballé et protégé lors de son retour sur son lieu d'utilisation, l'hypothèse d'une dérive plus ou moins linéaire semble plus réaliste. De plus, une C2I (comparaison inter-instruments) réalisée au retour de l'équipement devrait suffire à lever le doute.

En appelant p_n la nouvelle période définie après l'étalonnage n et p_{n-1} la période précédente, nous modifions à nouveau l'équation pour aboutir à sa forme définitive :

$$D_n = \frac{p_n}{p_{n-1}} \text{Max}[|d_n|; k \cdot D_{n-1}]$$

Ce qui donne dans sa forme développée :

$$D_n = \frac{p_n}{p_{n-1}} \text{Max} \left\{ |d_n|; k \cdot \frac{p_{n-1}}{p_{n-2}} \text{Max} \left[|d_{n-1}|; k \cdot \frac{p_{n-2}}{p_{n-3}} \text{Max} [|d_{n-2}|; \dots \dots] \right] \right\}$$

Choix de la loi de probabilité

Autant la loi rectangulaire(ou uniforme) habituellement réservée à cette composante ne trouve pas de justification dans le cas d'une dérive évaluée point à point sur deux étalonnages, autant celle-ci, ou plus généralement une loi bornée, peut s'avérer adaptée à notre méthode. En effet, la validité d'une loi bornée(rectangulaire, triangulaire, trapézoïdale...) repose sur la connaissance des bornes de l'intervalle de variation. Or, comment peut-on espérer observer sur deux étalonnages seulement (donc deux valeurs), et la valeur minimale et la valeur maximale de l'intervalle ? Plus optimiste que croire obtenir à coup sûr le 1 et le 6 en deux lancers de dé ! *A contrario*, dans le cas d'une dérive monotone, la dérive globale qui se construit au fil des étalonnages tend vers un intervalle bornant les variations dues à la dérive.

L'identification de la loi de probabilité appropriée peut n'être pas évidente, surtout lorsqu'on élève le degré du polynôme. Au-dessus d'un degré 1, la distribution peut changer le long de la plage de mesure. Aussi, le choix d'une loi rectangulaire, s'il n'est pas toujours le plus juste, donne, tout en s'affranchissant d'analyses complexes, un résultat approché mais satisfaisant de par la bonne connaissance des bornes.

Cette connaissance des bornes reposant uniquement sur l'ancienneté, on peut, en attendant de disposer d'un historique conséquent, estimer la composante d'incertitude, dans les premiers temps, par l'écart-type des dérives globales. Cette méthode, adaptée aux dérives non modélisables, non anticipables, convient donc à tout type de dérive disposant d'un faible historique ; avec l'avantage d'être directement homogène à un écart-type, c'est-à-dire, sans nécessité de l'affubler d'une loi de probabilité théorique.