

Estimation des incertitudes de mesure sur bras polyarticulé portable par méthode de Monte Carlo

Fekria Romdhani^a, Patrick Juillion, François Hennebelle and Jean François Fontaine

Université de Bourgogne- Laboratoire Electronique, Informatique et Image (Le2i)- CNRS UMR 6306,
BP16, 89010 Auxerre Cedex, France

Résumé. Les bras polyarticulés portables ont progressivement évolué et sont de plus en plus utilisés dans l'industrie. Cependant, à l'heure actuelle, la traçabilité de ces dispositifs est difficile à effectuer et les incertitudes de mesures relatives à l'utilisation de ces appareils ne sont pas quantifiées. Le travail mené consiste à déterminer les incertitudes de mesures associées à la quantification, par un bras polyarticulé portable, des caractéristiques géométriques et dimensionnelles d'une pièce mécanique. Les travaux visant à élaborer un modèle d'incertitude de mesure, sont basés sur la méthode de Monte Carlo du supplément 1 du Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure [1].

Abstract. The Coordinate Measuring Arms have gradually evolved and are increasingly used in industry. At present, the traceability of these devices is difficult to perform and measurement uncertainties relating to the use of these devices are not yet quantified. The work carried out consists on determining the measurement uncertainties of a mechanical part by a Coordinate Measuring Arm. The studies aiming to develop a model of measurement uncertainties are based on the Monte Carlo method developed in Supplement 1 of the Guide to Expression of Uncertainty in Measurement [1].

1 Introduction

Un bras de mesure est un outil de mesure tridimensionnel généralement constitué de 6 ou 7 axes. Le principe de mesure consiste à la détermination de la position des coordonnées des points mesurés (X, Y, Z) par combinaison de l'orientation angulaire des différentes liaisons du bras et des longueurs nominales des pièces constituant le bras. Les coordonnées des points mesurés résultent donc d'une série de transformations de coordonnées selon le modèle utilisé. La **Erreur ! Source du renvoi introuvable.** montre le bras étudié ici de type SIGMA 2025, instrumenté en sondes de températures et jauges d'extensométrie.

La méthode de Monte Carlo, publiée en 2008 sous le supplément 1 du GUM, est utilisée afin de déterminer les incertitudes de mesures d'un processus de mesure utilisant un bras polyarticulé portable. Le choix de cette méthode s'impose à cause de la complexité du modèle, du nombre important de paramètres et la difficulté de déterminer la covariance entre les différentes variables..

La méthode de propagation des distributions selon la méthode de Monte Carlo nécessite de simuler des échantillons de valeurs pour chacune des grandeurs d'entrée du modèle de mesure.

On définit le modèle de la mesure faisant intervenir n variables aléatoires X_1, \dots, X_n , auxquelles on a attribué une loi de distribution, une valeur moyenne, un écart-type ou une plage de variabilité. Ainsi on génère une distribution qui va nous permettre de calculer la valeur moyenne et une incertitude-type.

Nos travaux sont donc basés sur une évaluation des incertitudes de mesure par technique de Monte Carlo à trois niveaux, à savoir :

- Niveau 1 : Evaluation des incertitudes sur la position d'un point de mesure (objet de ce papier).

^a Fekria Romdhani: fekria.romdhani@u-bourgogne.fr



Figure 1. Photo du Bras SIGMA 2025 instrumenté

- Niveau 2 : Evaluation des incertitudes sur la phase d'étalonnage par méthode inverse connaissant les incertitudes sur les longueurs des barres étalons mesurées, d'après le procès-verbal des barres étalon et de l'incertitude sur la mesure d'un point de la simulation précédente.

- Niveau 3 : Evaluation globale de l'incertitude de mesure d'un processus de mesure utilisant un bras polyarticulé portable, c'est-à-dire l'estimation des incertitudes de mesure d'un bras pour la mesure d'un mesurande donné en prenant en compte l'intégralité des sources d'incertitudes obtenues grâce aux simulation de Monte Carlo des 2 niveaux précédents et de la pièce considérée.

Le comportement métrologique d'un bras de mesure dépend de nombreux facteurs. L'erreur de mesure finale dépend fondamentalement de la détermination du modèle géométrique. The model of the measurement is defined involving n random variables X_1, \dots, X_n , to which were assigned a probability distribution, an average value, and a standard deviation or range of variability. Thereby, a distribution that will allow us to calculate the average value and a standard uncertainty is generated.

2 Modèle géométrique

Vu que les bras de mesure sont similaires aux robots, ils en ont hérité plusieurs méthodes de calibrage et d'identification des paramètres géométriques. La grande majorité des ouvrages et articles qui utilisent les Les coordonnées homogènes (matrices 4×4) [2-5] font appel à la modélisation de Denavit-Hartenberg. Cette modélisation a été introduite en 1955 par Jacques Denavit et Richard S. Hartenberg [6].

Le bras de mesure est un porteur anthropomorphe à structure ouverte simple. En effet, la structure du bras est similaire à celle d'un bras humain avec ses différentes articulations.

Une structure ouverte simple est composée de $n+1$ corps notés C_0, \dots, C_n et de n articulations. Le corps C_0 désigne la base du robot et le corps C_n le corps qui porte l'organe terminal (capteur) [7]. Dans notre cas $n=6$. L'articulation j connecte le corps C_j au corps C_{j-1} . La méthode de description est fondée sur les règles et conventions suivantes :

- Les corps sont supposés parfaitement rigides. Ils sont connectés par des articulations considérées idéales de type pivots (pas de liaisons prismatiques). Il s'agit d'articulations réduisant le mouvement entre deux corps à une rotation autour d'un axe qui leur est commun. La situation relative entre les deux corps est donnée par l'angle autour de cet axe.
- A chaque corps C_j est lié un repère R_j .
- La variable de l'articulation j est notée θ_j .

Chaque liaison du bras introduit des rotations par rapport au référentiel fixe. Plus le nombre d'articulations augmente, plus le calcul des coordonnées d'un point

mesuré, dans le référentiel fixe, devient difficile. Ainsi, le passage d'un référentiel à un autre se fait l'aide des matrices de passages homogènes d'ordre quatre représentant quatre transformations basiques (deux rotations et deux translations).

La matrice homogène qui relie l'extrémité, où est fixé le capteur, à la base est le produit des matrices homogènes reliant les différents repères successifs.

Il est à noter que, dans la littérature, le paramétrage est utilisé selon différentes conventions, dans notre cas, nous avons choisi d'utiliser la convention du Khalil 7 étant donné qu'elle est plus judicieuse pour une application sur bras de mesure, dans la mesure où elle permet de mieux décrire les rotations autour des différents codeurs. Les paramètres de cette convention sont définis comme suit :

- Les liaisons sont notées L_i entre les éléments i et $i-1$.
- Comme deux droites ont toujours une perpendiculaire commune, on note \perp_i , la perpendiculaire à l'axe de la liaison L_{i-1} et de la liaison L_i .
- O_i , le centre de la liaison L_i est alors le point d'intersection de L_i et de \perp_i .

Avant de définir les transformations, il est tout d'abord nécessaire de définir les axes des liaisons. Par convention, les axes sont notés de la façon suivante :

- Les axes des liaisons L_i sont toujours notés \vec{z}_i
- Les axes \vec{x}_i sont parallèles à la normale commune à \vec{z}_i et \vec{z}_{i+1} , c'est-à-dire que : $\vec{x}_i = \vec{z}_i \wedge \vec{z}_{i+1}$, soit \vec{x}_i est sur \perp_i et \vec{z}_i , \vec{z}_{i+1} et \vec{x}_i forment un repère orthonormé direct
- Les axes \vec{y}_i sont choisis de manière à former un trièdre direct avec les axes \vec{z}_i et \vec{x}_i , c'est-à-dire que : $\vec{y}_i = \vec{z}_i \wedge \vec{x}_i$.

Avec ce paramétrage, chaque mobilité (transformation) entre deux solides est représentée par quatre paramètres, à savoir :

- α_i : angle entre les axes \vec{z}_{i-1} et \vec{z}_i correspondant à une rotation autour de l'axe \vec{x}_{i-1} ,
- d_i : distance entre les axes \vec{z}_{i-1} et \vec{z}_i le long de \vec{x}_{i-1} ,
- θ_i : angle entre les axes \vec{x}_{i-1} et \vec{x}_i correspondant à une rotation autour de l'axe \vec{z}_i ,

- r_i : distance entre les axes \vec{x}_{i-1} et \vec{x}_i le long de \vec{z}_i .

La matrice de transformation entre le repère R_{i-1} et R_i est ainsi définie comme suit :

$${}^{i-1}T_i = \begin{pmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & d_i \\ \cos\alpha_i \sin\theta_i & \cos\alpha_i \cos\theta_i & -\sin\alpha_i & -r_i \sin\alpha_i \\ \sin\alpha_i \sin\theta_i & \sin\alpha_i \cos\theta_i & \cos\alpha_i & r_i \cos\alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Il suffit ensuite de multiplier l'ensemble des matrices de transformation d'un repère au suivant pour déterminer le modèle géométrique du bras. Ainsi la matrice de transformation globale 0T_6 s'écrit:

$${}^0T_6 = {}^0T_1 {}^1T_{1b} {}^1T_2 {}^2T_3 {}^3T_{3b} {}^3T_4 {}^4T_5 {}^5T_{5b} {}^5T_6 \quad (2)$$

Néanmoins, le paramétrage de Khalil considère que deux liaisons successives perpendiculaires forment une rotule à doigt et par conséquent on leur associe un seul repère, pour simplifier les calculs et limiter le nombre de transformations à effectuer. Cependant, ce modèle ne fonctionne qu'en géométrie « parfaite », puisqu'il devient impossible de prendre correctement en compte les incertitudes sur les distances et sur les angles. Un modèle le plus proche possible de la physique du bras (Figure 1) est donc réalisé, dans lequel, un repère est associé à chaque codeur.

Une fois le modèle constitué, il faut initialiser les angles du modèle avec les données des codeurs de chaque liaison, afin de pouvoir reconstruire correctement la mesure.

Ce paramétrage fixe la configuration zéro « géométrique » du bras telle que $\theta_i=0$. Cette configuration ne correspond pas forcément à la configuration zéro « codeur ». De ce fait, pour passer de l'une à l'autre nous procédons au changement de variable suivant : $\theta_i = \theta_{i0} + \theta_{ic}$, où θ_{i0} représente le décalage (« offset ») introduit sur les valeurs fournies par les codeurs θ_{ic} pour obtenir la valeur des variables articulaires θ_i .

Dans le modèle développé, les repères possédant un indice « b » correspondent aux repères supplémentaires par rapport à la notation de Khalil et sont construits juste par une translation du repère précédent. Ainsi le repère R_{1b} est la translation selon l'axe \vec{z}_{1b} du repère R_1 , le repère R_{3b} est la translation selon l'axe \vec{x}_3 du repère R_3 , et le repère R_{5b} est la translation selon l'axe \vec{z}_{5b} du repère R_5 .

Les paramètres du modèle développé sont regroupés dans le Tableau 1.

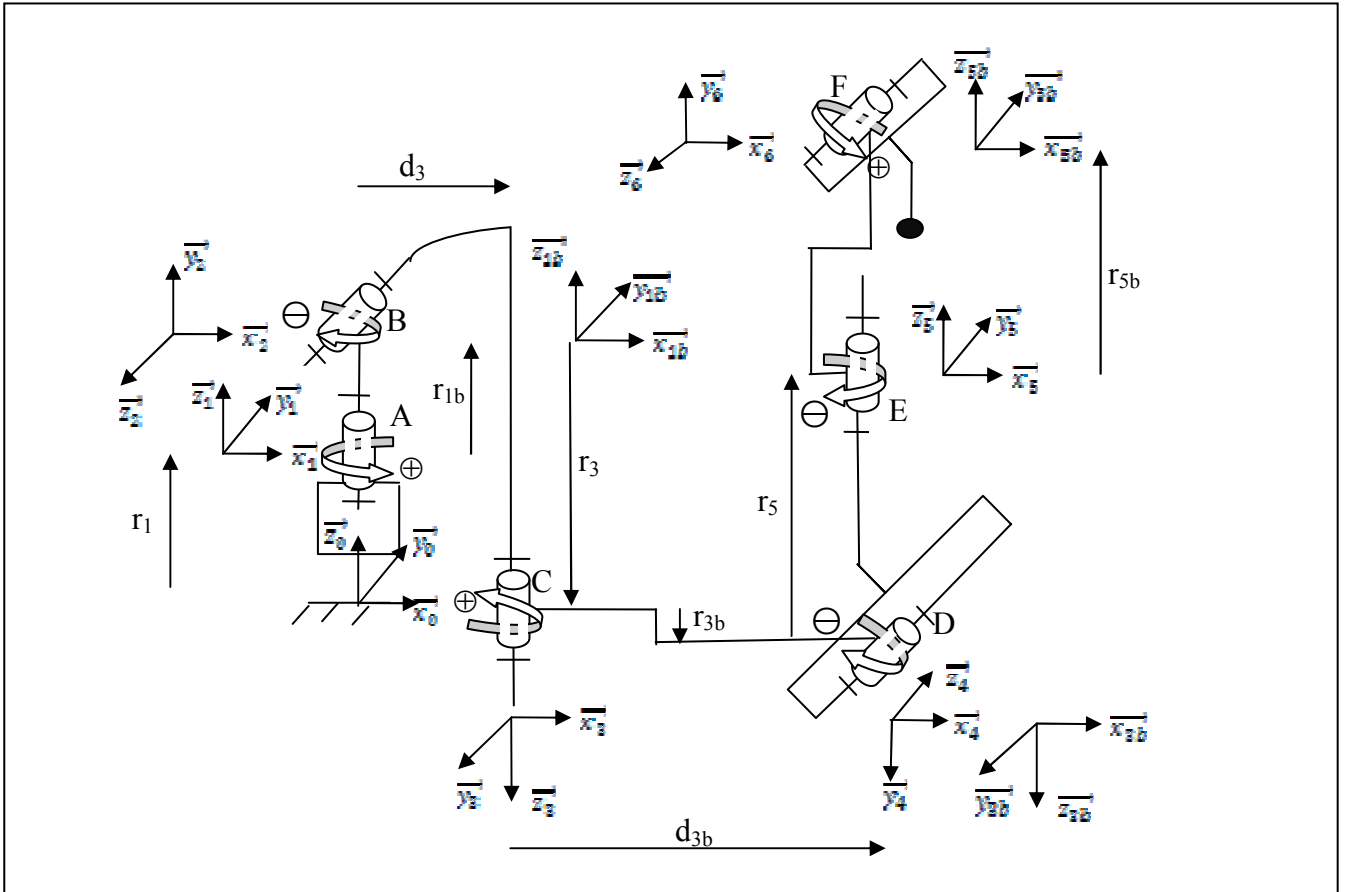


Figure 2. Schéma cinématique du bras en initialisant les angles θ_i

Tableau 1. Paramètres de "Denavit Hartenberg" relatifs au bras

	R_1	R_{1b}	R_2	R_3	R_{3b}	R_4	R_5	R_{5b}	R_6
α_i (rad)	0	0	$\pi/2$	$\pi/2$	0	$\pi/2$	$\pi/2$	0	$\pi/2$
d_i (mm)	0	0	0	68	68	0	0	0	0
θ_{i0} (rad)	$-\pi/2$	0	$\pi/2$	π	0	$\pi/2$	0	0	π
r_i (mm)	248	32	0	639.5	35.5	0	450	50	0
Codeur	A	-	B	C	-	D	E	-	F

Tableau 2. Bilan des incertitudes-types obtenues par simulation de Monte Carlo

	σ_x (μm)	σ_y (μm)	σ_z (μm)
Incertitude globale	25.7	11.7	9.7
Incertitude due à la torsion	23.7	9.9	0.3
Incertitude due à l'allongement ($\Delta T = \pm 3$ °C)	1.7	3.9	8.3
Incertitude due à la résolution du codeur	3.0	2.1	1.9
Incertitude due à la flexion	0.3	0.8	1.1

3 Simulation de Monte Carlo

Une simulation de Monte Carlo a été réalisée en considérant comme paramètres :

- **L'allongement des différentes composantes du bras :**
La source principale de l'allongement des poutres est la variation de température. Le coefficient de

dilatation de l'aluminium étant beaucoup plus important que celui du carbone, les pièces en alliage d'aluminium seront les plus soumises à l'allongement. Cette composante est intégrée dans le modèle en tant qu'une dispersion rectangulaire de moyenne nulle et de dispersion égale à $\lambda \cdot \Delta T \cdot d$, où λ est le coefficient de dilatation, ΔT est la variation de température considérée et d est la longueur du composant considéré,

^a Fekria Romdhani: fekria.romdhani@u-bourgogne.fr

- **la résolution des codeurs angulaires du bras :** Elle est introduite en tant qu'une dispersion angulaire selon une distribution uniforme de moyenne nulle et de dispersion égale à la résolution du codeur considéré et aux dispositifs associés (accouplements),
- **les déformations des différentes parties du bras :** En raison de la non maîtrise de l'action de l'opérateur (efforts exercés), la structure se déforme. Les déformations ont été évaluées en utilisant quatre jauges d'extensométrie unilatérales et deux rosettes rectangulaires composées chacune de trois jauges présentant des angles entre elles de 45°, étaient collées sur le bras (Figure 3). Les jauges unilatérales servent à mesurer la flexion et l'allongement et les rosettes servent à mesurer la torsion. Les résultats expérimentaux ont ensuite été vérifiés par simulation par éléments finis [8]. Seules les déformations relatives sont prises en compte puisque les déformations constantes sont corrigées dans la phase d'étalonnage du bras réalisée par le fabricant en usine via une méthode inverse.

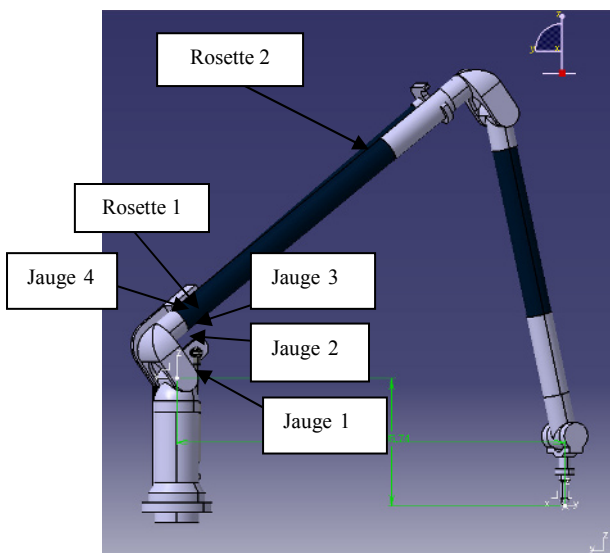


Figure 3. Dispositions des jauges sur le bras Sigma 2025

Les principales déformations rencontrées peuvent être caractérisées par :

-**la torsion** due aux relâchements de contraintes résiduelles dans les fibres de carbone. Cette composante est introduite dans le modèle en tant qu'une variation angulaire uniforme de moyenne nulle et de dispersion égale à $\Delta\theta_i$ sur le codeur considéré,

-**la flexion** des poutres, liés à la fois au poids propre des différentes pièces constituant le bras, mais aussi et surtout à cause efforts qui sont exercés lors de la mesure. Les parties en carbone étant plus souples que celle en aluminium, la flexion sera prépondérante sur les pièces en composite. Cette

composante est introduite dans le modèle en tant qu'une distribution uniforme comprise entre 0 (pas de flexion) et Δd_i (flexion maximale).

Une simulation sur la position d'un point dans une position donnée standard optimale du bras (Figure 4) est donnée dans le Tableau 2. L'incertitude est donc l'incertitude optimale. Le X, Y et Z correspondent aux coordonnées dans le repère global (repère machine).

Cette simulation considère un bras SIGMA 2025 de Romer, Groupe HEXAGON METROLOGY, soumis à une variation de température de +/- 3°C. Le bras est étalonné et dans cette première étape, nous considérons qu'aucune incertitude n'est liée à la phase d'étalonnage.

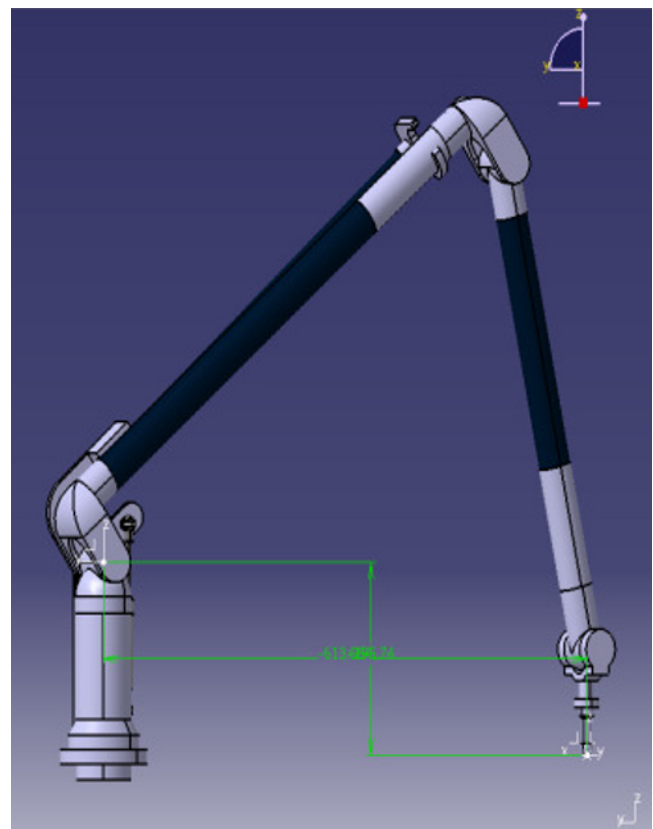


Figure 4. Position considérée dans la simulation de Monte Carlo

4 Conclusion

L'incertitude-type globale obtenue pour un bras de type SIGMA 2025 en environnement contrôlé à $\pm 3^\circ\text{C}$ est de l'ordre de 26 μm .

Les résultats du modèle sont en accord avec les mesures, ce qui permet d'affirmer que l'action de l'opérateur provoque des déformations en torsion et flexion du bras qui représentent la source d'incertitude prépondérante (le constructeur indique une incertitude-type de mesure de 24 μm sur la mesure d'un point).

Les incertitudes données par le fabricant considèrent donc des incertitudes optimales pour la mesure d'un point ce qui ne correspond pas à l'incertitude réelle obtenue.

Les travaux présentés dans ce papier représentent le niveau 1 de notre processus d'évaluation des incertitudes consistant à évaluer les incertitudes sur la position d'un point de mesure.

Actuellement, nous sommes en train d'étudier l'incertitude liée à l'étalonnage par méthode inverse connaissant les incertitudes sur la mesure d'un point. Cette méthode qui est classiquement utilisée pour les dispositifs de ce type consiste à mesurer différentes longueurs dans l'espace de travail conformément à la norme ASME ASTM B89.4.22-2004 et à déterminer les longueurs et les angles initiaux du bras afin de réaliser l'étalonnage. Or, dans cette méthode, les longueurs mesurées sont considérées parfaites et on ne prend pas en compte l'incertitude liée à la phase d'étalonnage.

Les auteurs tiennent à remercier le CETIM et ROMER (Groupe HEXAGON METROLOGY) partenaires de ces travaux ainsi que la société ABAQSYS pour le support technique en simulation par éléments finis.

Références

1. Evaluation des données de mesures- Supplément1 du «Guide pour l'expression de l'incertitude de mesures»- Propagation de distributions par une méthode de Monte Carlo. JCGM 101: (2008).
2. K. Shimojima, R. Furutani, K. Takamasu, K. Araki, "The estimation method of uncertainty of articulated coordinate measuring machine". XVII IMEKO Congress. Durbonvik, Croatia, (June 22-23, 2003).
3. J. Santolaria, A. Brau, J. Velazquez, J.J. Aguilar, "A self-centring active probing technique for kinematic parameter identification and verification of articulated arm coordinate measuring machines". Measurement Science and Technology. Vol. 21 , 11PP, (2010).
4. J. Santolaria, J.J. Aguilar, J.A. Yagüe, J. Pastor, "Kinematic parameter estimation technique for calibration and repeatability improvement of articulated arm coordinate measuring machines". Precision Engineering, Vol 32 , pp 251-268, (2008).
5. H. Hamana, M. Tominago, M. Ozak, R. Furutani, "Calibration of articulated arm considering measuring posture". Paper: AU5-2-4610, (2011/2/15).
6. J. Denavit, R. Hartenberg, "A kinematic notation for lower pairmechanism based on matrices". ASME Journal of Applied Mechnics, vol. 22 , pp 215-221, (1955).
7. W. Khalil, E. Dombre. Modélisation identification et commande des robots- 2ème édition revue et argumentée), ch. 3, pp. 57-61 (Paris: HERMES, 1999).
8. F. Romdhani, M. Ge, P. Juillion, F. Hennebelle, J.F. Fontaine. "Consideration of the mechanical strain in a model of uncertainties quantification of a Coordinate Measuring Arm". Congrès Français de Mécanique, Bordeaux, France, (August 2013).