

Estimation de l'incertitude sur le calcul de la débitance des vannes d'un barrage

Bertrand Blanquart¹, Laetitia Grimaldi², Edith Borne², Pierre Roumieu², Paul-Henri Faure²

¹ Consultant, 40 avenue du Général Leclerc, 54600 Villers les Nancy, France

² Compagnie Nationale du Rhône, 2 rue André Bonin, 69004 Lyon, France

Résumé. Pour connaître la débitance de ses barrages, la Compagnie Nationale du Rhône calcule les débits par une équation de débitance. Celle-ci est spécifique au type de vannes de l'ouvrage et est déterminée par des essais réalisés sur modèle physique au 1/35^{ème}. Le coefficient de débitance est modélisé pour chaque vanne par une équation unique, qui est ensuite implémentée dans l'automate de calcul du débit de l'ouvrage. L'objectif de l'étude est de quantifier les incertitudes associées au débit calculé sur l'ouvrage et de hiérarchiser les composantes d'incertitude afin d'identifier les améliorations à engager. L'estimation de l'incertitude est réalisée par application de la loi de composition des incertitudes-types et comparée aux résultats des propagations des densités de probabilité par simulations de Monte-Carlo. Le domaine d'intérêt comprend de multiples valeurs des variables principales (hauteurs d'eau en amont et en aval, ouverture de la vanne, etc.), avec quatre régimes d'écoulement. Pour 92,5 % des 50 000 configurations traitées, l'écart entre les deux méthodes est inférieur à 1 % ; les autres configurations, présentant des écarts plus importants, correspondent à un régime d'écoulement particulier dont l'équation est fortement non linéaire. L'étude montre les spécificités et difficultés de l'estimation des incertitudes par les méthodes de composition des incertitudes-types et par Monte-Carlo pour un domaine d'intérêt étendu, tant au niveau des calculs qu'au niveau de l'interprétation des résultats.

1 Introduction

La Compagnie Nationale du Rhône, concessionnaire du fleuve Rhône, gère la conduite de ses ouvrages (barrages et usines) avec un objectif d'optimisation de la production hydroélectrique (en fonction de la demande du réseau), tout en respectant les débits réservés en période d'étiage et en assurant un écoulement maîtrisé en période de crue. La connaissance du débit en entrée et en sortie de chaque ouvrage est donc primordiale.

Pour connaître les débits, la CNR s'appuie sur un réseau hydrométrique d'une part, et sur les ouvrages (barrages, usines) d'autre part. La maîtrise de la connaissance de la débitance des ouvrages est un sujet majeur de l'entreprise puisqu'il concerne à la fois performance et sûreté hydraulique. Un des objectifs de ce projet est d'améliorer les calculs de débitance des barrages. Ceux-ci sont équipés de vannes et de volets. Le débit de chaque vanne est calculé par une équation spécifique, appelée "*équation de débitance*", qui dépend du régime d'écoulement, de la largeur de la vanne, des hauteurs d'eau en amont et en aval barrage, de la position de la vanne et d'un coefficient m caractéristique des effets de contraction de l'écoulement dus à la géométrie de la

vanne. La valeur du coefficient m est propre à chaque type de vanne ou de volet et est déterminée sur modèle physique.

Pour chaque barrage du Bas-Rhône, des essais ont été réalisés sur modèle physique, à l'échelle 1/35^{ème}. En s'appuyant sur les lois d'écoulement hydraulique dans les ouvrages, ces essais ont permis de calculer le coefficient caractéristique de la vanne (m) en fonction des paramètres mesurés sur le modèle physique (débit, hauteur d'eau amont, hauteur d'eau aval, largeur et ouverture de la vanne). Le coefficient m est ensuite utilisé dans l'équation du débit utilisée sur site, en "*temps réel*", pour calculer le débit de chaque vanne et donc le débit total de l'ouvrage.

L'objectif de l'étude est de quantifier les incertitudes de mesure du coefficient m sur modèle physique, puis de déterminer les incertitudes de mesure des variables entrant dans le calcul des débits, afin de calculer l'incertitude associée au débit de chaque vanne (ou volet).

L'estimation de l'incertitude a été réalisée à partir des informations relatives au barrage de Caderousse, composé de huit vannes dont 4 équipées de volet. L'article s'attachera à présenter uniquement la démarche réalisée sur les vannes.

¹ Contact : bertrand.blanquart@gmail.com

² Contact : cnr.cacoh@cnr.tm.fr

2 Description du processus

Le processus complet décrivant le calcul du débit est représenté sur la figure 1 ; il comprend des essais sur modèle physique en laboratoire, une modélisation par régression linéaire puis des mesurages et un calcul "en temps réel" sur l'ouvrage.

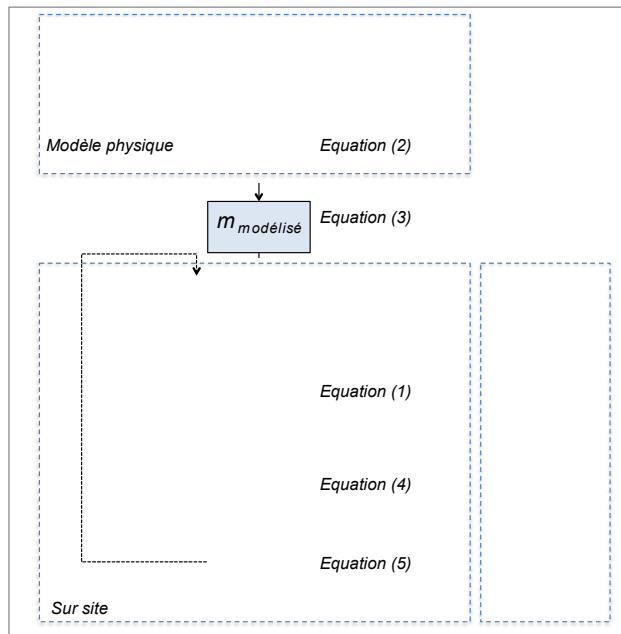


Figure 1. Synoptique simplifié du calcul du débit du Rhône sur un ouvrage

2.1 Essais sur modèle physique

Les essais sur modèle physique ont été réalisés entre 2000 et 2006 pour 12 barrages, avec environ 350 essais par barrage, de manière à couvrir toutes les combinaisons possibles des variables (hauteur d'eau amont, hauteur d'eau aval, ouverture). Pour chaque barrage, le domaine d'essai couvre un domaine plus large que le strict domaine physique de fonctionnement actuel des barrages, de manière à anticiper d'éventuelles modifications de leur gestion. Dans le cas particulier de l'ouvrage de Caderousse traité dans cette étude, 356 essais ont été réalisés pour les vannes et 68 pour les volets [1]. Cet article ne présente pas les résultats obtenus pour les volets, qui sont une déclinaison simplifiée de l'étude réalisée sur les vannes.

En fonction des hauteurs amont et aval, et en fonction de l'ouverture de la vanne, il existe quatre régimes d'écoulement : submergé noyé et submergé dénoyé (figure 2), non submergé noyé et non submergé dénoyé (figure 3).



Figure 2. Régime submergé noyé (à g.) et dénoyé (à dr.).

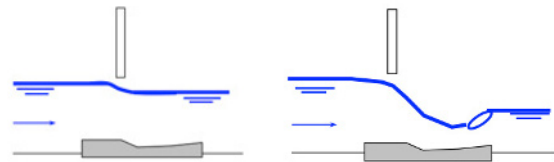


Figure 3. Régime non submergé noyé (à g.) et dénoyé (à dr.).

A chacun de ces quatre régimes d'écoulement correspond une équation du débit de la vanne, de la forme suivante (en négligeant les termes d'énergie cinétique) :

$$Q = m \cdot A_{eq} \cdot L \cdot \sqrt{2g \cdot (h_{am,eq} - h_{av,eq})} \quad (1)$$

où L est la largeur de la vanne, g est l'accélération de la pesanteur, A_{eq} , $h_{am,eq}$ et $h_{av,eq}$ sont définis dans le tableau 1.

A noter que l'équation (1) est l'équation théorique. Dans les mises en équation pour le projet, les variables A_{eq} , $h_{am,eq}$ et $h_{av,eq}$ sont adaptées selon le tableau 1.

Tableau 1. Variables A_{eq} , $h_{am,eq}$ et $h_{av,eq}$ en fonction du régime pour l'équation théorique (1)

Régime	A_{eq}	$h_{am,eq}$	$h_{av,eq}$
Submergé noyé	A	h_{am}	h_{av}
Submergé dénoyé	A	h_{am}	$m \cdot A$
Non submergé noyé	h_{av}	h_{am}	h_{av}
Non submergé dénoyé	h_{am}	h_{am}	-

A est l'ouverture de la vanne, h_{am} est la hauteur d'eau amont au-dessus du seuil et h_{av} est la hauteur d'eau aval au-dessus du seuil

Pour chaque essai, le régime d'écoulement observé a été relevé, ainsi que les valeurs des grandeurs mesurées. Les débits sont mesurés à l'aide de débitmètres électromagnétiques, les longueurs sont mesurées au réglet de classe II et les hauteurs d'eau sont mesurées par des capteurs de pression étalonnés sur le modèle physique par comparaison à des pointes limnimétriques. Il est donc possible d'identifier les sources d'erreur de mesure et quantifier des incertitudes de mesure associées [2].

Dans certains cas, l'identification du régime d'écoulement est délicate et introduit une ambiguïté sur l'affectation de l'équation à utiliser. Cette source d'erreur d'identification ne peut pas être traitée comme une incertitude de "mesure" intégrée dans les propagations, car la variable aléatoire résultante n'est pas une variable quantitative continue mais une variable qualitative. Cette source de variabilité est réduite par un contrôle de cohérence des observations et des valeurs expérimentales de m .

2.2 Modélisation de m

Pour une vanne donnée et pour un régime d'écoulement donné, la valeur de m est théoriquement une constante inférieure à 1. L'observation expérimentale montre que la valeur de m n'est pas tout à fait constante et des valeurs

différentes sont obtenues pour chaque configuration d'essai.

A partir des mesures obtenues, le coefficient m est calculé pour chaque configuration par la relation (2), obtenue en inversant l'équation (1).

$$m = \frac{Q}{A_{eq} \cdot L \cdot \sqrt{2g \cdot (h_{am,eq} - h_{av,eq})}} \quad (2)$$

En fonction des variables du tableau 1, la relation (2) donne lieu à quatre formulations différentes [1], qui ne sont pas détaillées ici.

Les valeurs de m n'étant pas constantes, une modélisation est réalisée pour chaque type de vanne. Une contrainte forte est que l'automate de calcul du débit, utilisé sur l'ouvrage, ne permet de programmer qu'une seule formule par type de vanne, qui doit être applicable pour toutes les configurations, quel que soit le régime d'écoulement. Les variables d'entrée de cette équation sont h_{am} , h_{av} et A , seules variables disponibles en temps réel sur l'ouvrage (la largeur de la vanne est constante pour une vanne donnée). Une analyse des variances a été réalisée pour modéliser m par une fonction polynomiale, dont les coefficients sont obtenus par régression linéaire [3] :

$$m = f(h_{av,eq}, h_{am,eq}, A_{eq}) \quad (3)$$

Un critère de choix de la modélisation retenue est d'obtenir des résidus maximaux inférieurs à 10 %.

2.3 Calcul du débit d'un ouvrage

Le débit de l'ouvrage, dont le synoptique simplifié est présenté en figure 1, est la somme des débits de l'usine et du barrage (équation 5), lequel comporte plusieurs vannes et volets (équation 4).

$$Q_{barrage} = \sum_{i=1}^{n_{vannes}} Q_{vanne,i} + \sum_{j=1}^{n_{volets}} Q_{volet,j} \quad (4)$$

$$Q_{Rhône} = Q_{barrage} + Q_{usine} \quad (5)$$

où

- $Q_{vanne,i}$ est le débit de la vanne i ;
- $Q_{volet,j}$ est le débit du volet j ;
- Q_{usine} est fourni par l'usine, avec une incertitude.

Le débit d'une vanne est calculé à partir de l'équation (1), dans laquelle le coefficient m est déterminé à partir de l'équation (3). Les variables h_{am} et h_{av} sont calculées à partir des cotes altimétriques sur le terrain (Z_{am} et Z_{av}), réalisées à l'aide de limnimètres à bulles raccordés aux échelles limnimétriques. Les positions géographiques des points de mesure de Z_{am} et Z_{av} ne correspondent pas rigoureusement aux positions des hauteurs amont et aval sur modèle physique, et font l'objet de corrections (dont l'une fait intervenir le débit total $Q_{Rhône}$). L'ouverture de la vanne (A) est déterminée à partir d'une loi d'ouverture, reliant la valeur du système de codage à l'ouverture réelle, mesurée par levé topographique sur l'ouvrage.

3 Estimation des incertitudes

3.1 Méthode de propagation et domaine d'étude

Outre l'estimation de la valeur de l'incertitude, un objectif important de l'étude est de hiérarchiser les composantes d'incertitude, afin d'appuyer des choix opérationnels d'amélioration des moyens de mesure lors des essais sur modèle physique d'une part et lors des mesurages en temps réel sur site d'autre part. Pour répondre à cet objectif, un bilan des incertitudes est réalisé par composition des incertitudes-types. Cependant, l'allure des équations (1) à (3), conjuguée à des valeurs d'incertitudes-types parfois non négligeables devant les valeurs mesurées (pour les faibles hauteurs d'eau, par exemple), conduit à vouloir conforter les résultats par des propagations des densités de probabilité (par méthode de Monte-Carlo).

Par ailleurs, l'étude n'est pas conduite pour un jeu unique de valeurs des variables d'entrée, mais pour un domaine d'étude sur lequel chacune des variables peut prendre différentes valeurs. L'estimation des incertitudes de mesure du coefficient m est réalisée pour les 356 essais sur modèle physique tandis que l'estimation de l'incertitude sur les débits calculés est conduite pour le domaine d'étude défini dans le tableau 2.

Tableau 2. Valeurs des variables définissant le domaine d'étude

Variable	Plage	Nombre de valeurs
Cote amont Z_{am}	de 34,25 à 35,85 m	9
Cote aval Z_{av}	de 26 à 34,15 m	9
Ouverture de la vanne A	de 0 à 11 m (55 pas de réglage)	55
Débit du Rhône Q_R	de 0 à 12 000 m ³ /s.	12
Nombre de configurations		53 460

Le débit du Rhône Q_R intervient comme une correction de la hauteur calculée à partir de la cote Z_{am} . Dans l'estimation de l'incertitude, le caractère itératif du calcul de Q_R est pris en compte en faisant deux itérations pour déterminer l'incertitude-type $u_c(Q_R)$.

3.2 Traitement des covariances

Pour des raisons opérationnelles, liées d'une part aux essais sur modèle physique et d'autre part aux mesurages sur site, l'équation du débit s'appuie sur des variables intermédiaires qu'il est intéressant de conserver pour l'analyse des composantes prépondérantes. Pour déterminer l'influence des covariances liées aux variables intermédiaires, une modélisation *directe* est réalisée, sans variables intermédiaires et le résultat est comparé à la formulation *indirecte* écrite avec les variables intermédiaires.

Une seconde source de covariances est liée à l'utilisation de la même variable mesurée pour le calcul de plusieurs variables de sortie. L'exemple caractéristique est la cote amont et la cote aval, dont les mesures interviennent dans le calcul du débit de chacune des 8 vannes (l'erreur de justesse de la détermination de la cote amont ou de la cote aval se répercute donc sur les 8 débits calculés). Pour évaluer l'influence de ces corrélations sur l'incertitude du débit de l'ouvrage, les calculs sont réalisés en faisant varier la valeur du coefficient de corrélation (seuls les cas extrêmes sont considérés : coefficient de corrélation nul ou égal à 1).

3.3 Incertitude sur le coefficient m calculé

Un bilan des incertitudes est réalisé pour chacune des variables du modèle, en utilisant les informations disponibles, recueillies lors des essais (étalonnages, vérifications sur modèle, etc.). Pour certaines mesures, les informations sont incomplètes mais il n'est pas possible de reproduire les mesurages car le dispositif expérimental est démonté depuis plusieurs années. Pour traiter ces situations, des hypothèses sont envisagées de manière à obtenir une valeur haute et une valeur basse de l'incertitude-type associée.

La loi de propagation des incertitudes est appliquée pour estimer l'incertitude expérimentale associée à chaque valeur mesurée de m [4]. Au regard de l'écriture littérale des équations, il est possible d'écrire l'incertitude-type relative sous la forme :

$$\frac{u_c(m)}{m} \propto \sqrt{\left(\frac{u_c(Q)}{Q}\right)^2 + \sum_i \alpha_i^2} \quad (6)$$

où les termes α_i , représentant les contributions relatives des variables A , L , h_{am} , h_{av} . Les incertitudes-types de ces variables sont constantes sur le domaine de mesure, ce qui conduit à des termes α_i d'autant plus élevés que les valeurs des variables sont petites. Par ailleurs, le bilan des incertitudes de mesure du débit montre que cette dernière, hormis pour les valeurs de débit du bas de la plage, est proportionnelle au débit, ce qui conduit à une incertitude-type relative $u_c(Q)/Q$ constante. Il en résulte que l'incertitude de mesure de m , exprimée en % de m , est composée d'une part constante directement liée au débit et d'une part variable, liée aux autres composantes.

L'application numérique a pour objet de déterminer si l'une ou plusieurs des composantes d'incertitude sont négligeables dans l'incertitude de mesure de m , sur tout ou partie du domaine d'étude. Pour consolider les résultats obtenus par application de la loi de propagation des incertitudes (LPI), des simulations de Monte-Carlo (MC) sont mises en œuvre sur les mêmes configurations, correspondant aux essais réalisés sur modèle physique. Les aspects spécifiques aux simulations de MC (nombre de tirages, etc.) sont décrites au paragraphe 3.4.

La quantification des incertitudes-types des variables mesurées sur le modèle physique est réalisée en utilisant les informations disponibles sur les instruments et sur leur mise en œuvre [5]. Cette quantification n'est pas détaillée ici.

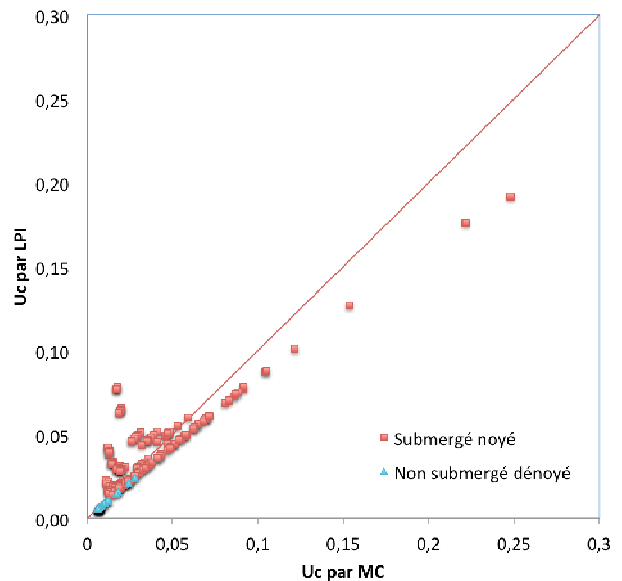


Figure 4. Incertitudes $u_c(m)/m$ par LPI en fonction de $u_c(m)/m$ par MC

Les valeurs sont situées de part et d'autre de la bissectrice, ce qui signifie que la méthode LPI conduit à sur-estimer l'incertitude ou à la sous-estimer selon les cas.

En fonction des configurations d'essai et des hypothèses sur les données d'entrée, les incertitudes de mesure du coefficient m calculé sont de $\pm 2\%$ à $\pm 20\%$ pour les vannes. Les valeurs élevées d'incertitude s'expliquent par des mesurages de très petites différences de hauteur d'eau sur le modèle physique (au $1/35^{\text{ème}}$).

3.3 Incertitude de modélisation de m

Selon le régime d'écoulement, l'écart maximal entre les débits modélisés par l'équation (3) et les débits expérimentaux est compris entre 8% et 12% [2]. Ces écarts sont en partie liés aux erreurs de mesure et en partie à l'erreur de modélisation. L'analyse de variance permet de distinguer la variance de modélisation et la variabilité résiduelle, liée à la contribution aléatoire de l'erreur de mesure, mais elle ne permet pas de quantifier la composante systématique des erreurs de justesse (qui sont ici essentiellement des erreurs de justesse des instruments). L'incertitude de modélisation prise en compte ici intègre donc à la fois le manque d'ajustement du modèle est une partie des erreurs de justesse.

3.4 Incertitude de calcul du débit d'une vanne - simulations de Monte-Carlo

Les simulations de Monte-Carlo sont réalisées dans le logiciel *R*, qui permet des calculs matriciels rapides et utilise par défaut un générateur de nombres pseudo-aléatoires performant (Mersenne-Twister).

Conformément au supplément 1 du GUM, le nombre optimal de tirages permettant d'obtenir la convergence des résultats doit être déterminé [6].

3.4.1 Étude de convergence

Une première étude de convergence a été menée en comparant les résultats de 100 simulations différentes réalisées d'abord avec $M=10^4$, puis avec $M=10^5$, $M=10^6$ et enfin $M=10^7$, pour une configuration. Un premier critère de convergence a été défini, avec une erreur admissible de $0,01.\sigma$ pour la convergence de la moyenne d'une part (figure 5) et pour la convergence de l'écart-type d'autre part (figure 6). Pour satisfaire ce double critère, le nombre optimal de tirages varie de 10^4 à 10^6 selon la configuration étudiée (une seule configuration est présentée sur les figures 5 et 6).

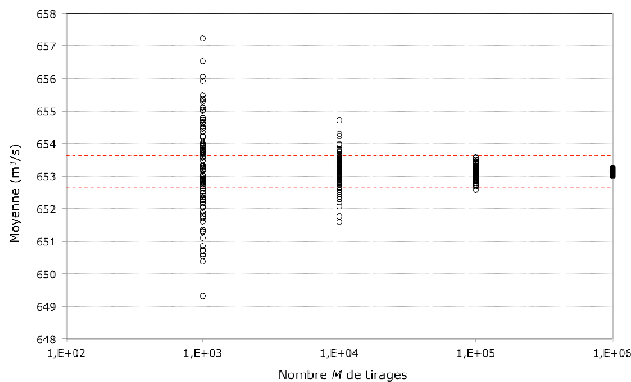


Figure 5. Étude de la convergence de la moyenne (les tirets rouges représentent le critère à $0,01.s$, où s est l'écart-type calculé sur l'échantillon)

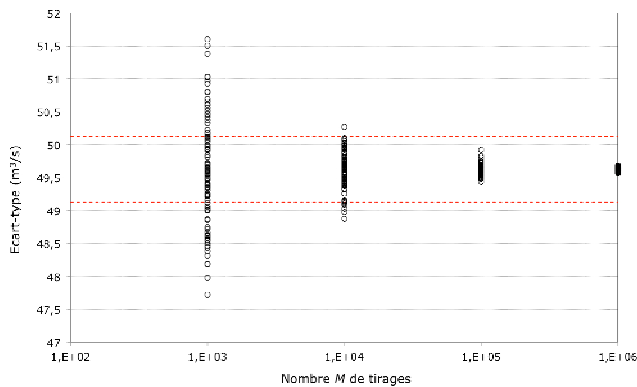


Figure 6. Étude de la convergence de l'écart-type (les tirets rouges représentent le critère à $0,01.s$)

Sous cette forme, l'étude de convergence conduit à des nombres optimaux de tirages potentiellement différents pour chaque configuration. L'inconvénient est qu'elle demande un très grand nombre de calculs pour chaque configuration et ne permet pas d'avoir une vision globale sur l'ensemble du domaine d'étude. Une autre option a été envisagée, qui consiste à définir un nombre identique de tirages pour toutes les configurations, suffisamment petit pour que les calculs soient réalisables dans un temps compatible avec la remise des résultats, mais suffisamment élevé pour que la variabilité résiduelle liée au manque de convergence ne perturbe pas l'interprétation *globale* des résultats.

Les figures 7 et 8 représentent l'incertitude élargie calculée par $U_c(Q)=2.s$ pour $M=10^4$ et pour $M=10^6$

tirages respectivement. L'effet du manque de convergence de l'écart-type est visible en comparant les figures 7 et 8, par exemple pour les bandes de points entre 25 % et 30 %, ou pour les incertitudes de l'ordre de 20 % aux valeurs élevées du débit.

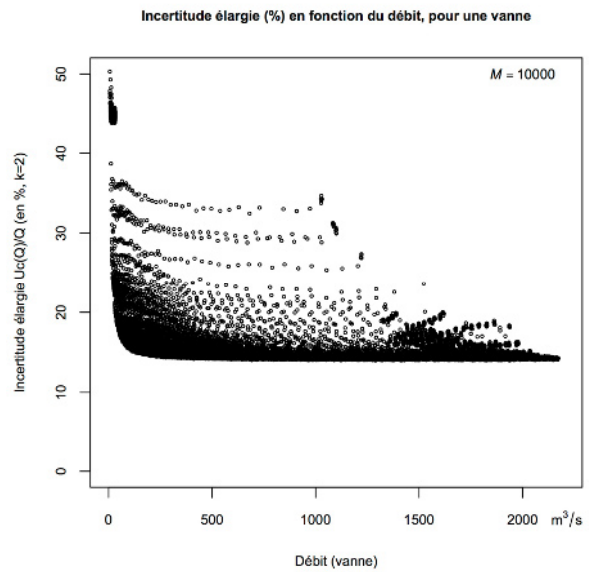


Figure 7. Incertitude $U_c(Q)=2.s$ par MC ($k=2$), avec 10^4 tirages, pour les 53 460 configurations

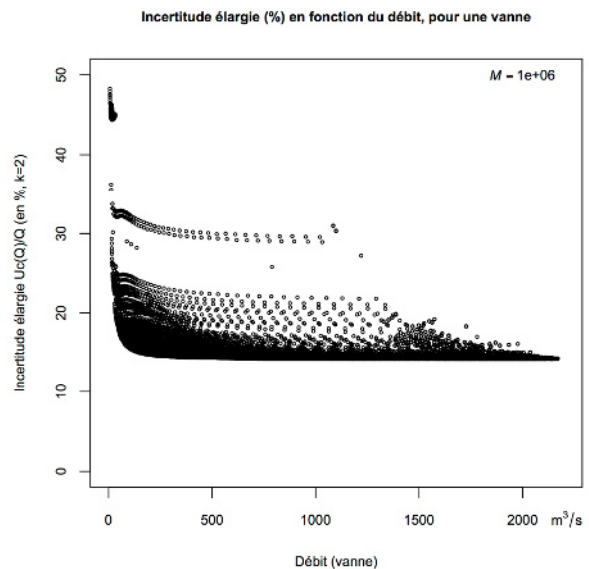


Figure 8. Incertitude $U_c(Q)=2.s$ par MC ($k=2$), avec 10^6 tirages, pour les 53 460 configurations

En complément de l'étude de convergence de l'écart-type, la convergence de la moyenne est étudiée en comparant le débit moyen déterminé sur l'échantillon au débit moyen calculé par application du modèle en variables déterministes (figures 9 et 10), pour l'ensemble des configurations.

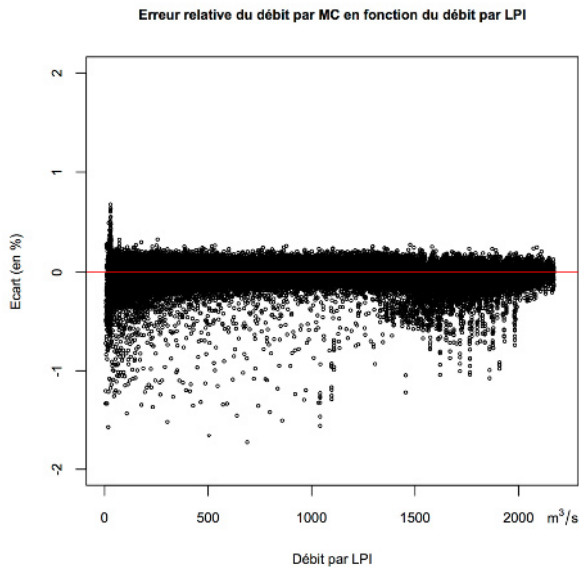


Figure 9. Débit moyen obtenu par MC, en fonction du débit "déterministe", pour 10^4 tirages.

Avec 10^6 tirages, les écarts maximaux entre le débit moyen et le débit "déterministe" sont compris entre 0,1 % et -1,1 % (figure 10). On observe que dans la grande majorité des cas, le débit moyen par MC est inférieur au débit déterministe.

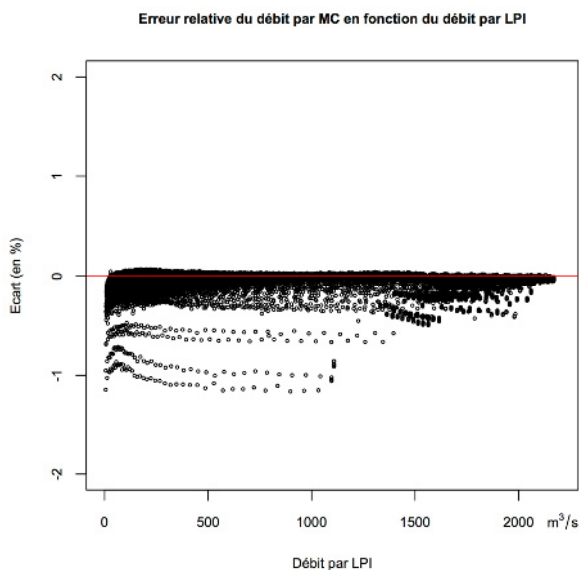


Figure 10. Débit moyen obtenu par MC, en fonction du débit "déterministe", pour 10^6 tirages.

Suite à cette étude de convergence, un nombre de tirages de 10^6 est retenu pour l'ensemble des calculs par MC, pour les estimations d'incertitude du débit comme pour les estimations d'incertitude du coefficient m sur modèle physique.

3.4.2 Durée des calculs

Sur les 53 460 configurations, un petit nombre (environ 600) correspond à des situations non réalistes, car correspondant à des valeurs des paramètres incompatibles entre elles (hauteur aval supérieure à la hauteur amont, par exemple). Ces configurations sont éliminées des calculs par des tests simples, pour le calcul déterministe comme pour les simulations de Monte-Carlo. Par contre, pour le scénario d'incertitudes-types présenté ici, environ 1950 configurations supplémentaires ne sont pas calculables par MC, car les valeurs tirées dans les simulations conduisent à des incohérences, alors que les valeurs moyennes sont compatibles entre elles. Il reste donc environ 50 900 configurations exploitables.

Certaines sources d'incertitude ne sont pas complètement connues ou font l'objet d'une attention particulière dans le cadre de l'étude, ce qui conduit à définir une hypothèse *basse* et une hypothèse *haute* pour ces dernières ; un jeu d'incertitudes-types sur les données d'entrée définit ainsi un *scénario*. Pour chaque scénario, les simulations de Monte-Carlo sont réalisées avec 10^6 tirages pour chacune des 50 900 configurations, ce qui conduit à des temps de calcul élevés. Sur micro-ordinateur portable "standard", une configuration est traitée en 2 à 3 secondes (en conservant les résultats de chaque variable intermédiaire) ; il faut donc environ 100 000 secondes (~25 heures) pour traiter un scénario par MC (contre une dizaine de secondes par l'application de la loi de propagation des incertitudes). Un choix approprié du nombre de points du domaine d'étude permet une réduction significative de la durée des calculs.

3.4.3 Choix de l'expression de l'incertitude

L'interprétation des résultats et le choix d'expression de l'incertitude, sous forme d'un intervalle à 95 % ou sous forme d'un multiple de l'écart-type, dépendent de l'allure de la distribution de la variable de sortie. Au regard du nombre élevé de configurations, il n'est pas possible d'étudier en détail la distribution de la variable de sortie pour l'ensemble des configurations : un échantillonnage des configurations a été réalisé, en choisissant des cas répartis sur le domaine d'étude. Pour l'ensemble des cas étudiés, les histogrammes sont symétriques (figure 11) et présentent une allure gaussienne pour les petites ouvertures de vanne ou une allure trapézoïdale pour les grandes ouvertures (donc pour les débits élevés). L'allure trapézoïdale indique la prépondérance notable de l'une des composantes d'incertitude, interprétée par une loi uniforme.

Pour les configurations conduisant à une distribution d'allure gaussienne, le choix d'exprimer l'incertitude par "*2 fois l'écart-type*" (comme c'est le cas usuel par la loi de propagation des incertitudes "*LPI*") ou par un intervalle à 95 % ne modifie pas le résultat de manière significative. Pour les autres configurations par contre, l'écart entre l'incertitude exprimée par l'intervalle à 95 % et l'incertitude calculée par "*2.s*" peut aller jusqu'à 2 % (figure 12). Ainsi, pour une même configuration,

l'incertitude est de $\pm 14\%$ si elle est exprimée sous forme de 2.s, ou de $\pm 12\%$ si elle est exprimée par l'intervalle à 95 %.

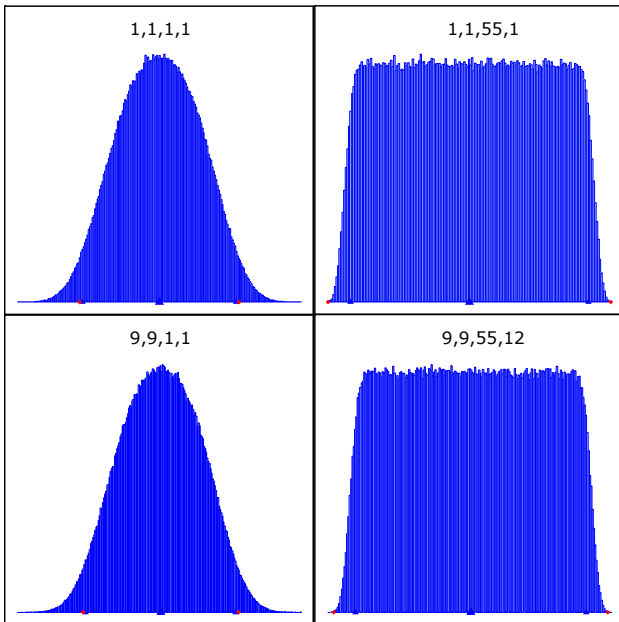


Figure 11. Histogrammes de quatre configurations caractéristiques (repérées par les codages des variables Z_{am} , Z_{av} , A et Q_R).

Par la suite, ce sera l'intervalle à 95 % qui sera considéré comme résultat des simulations de Monte-Carlo.

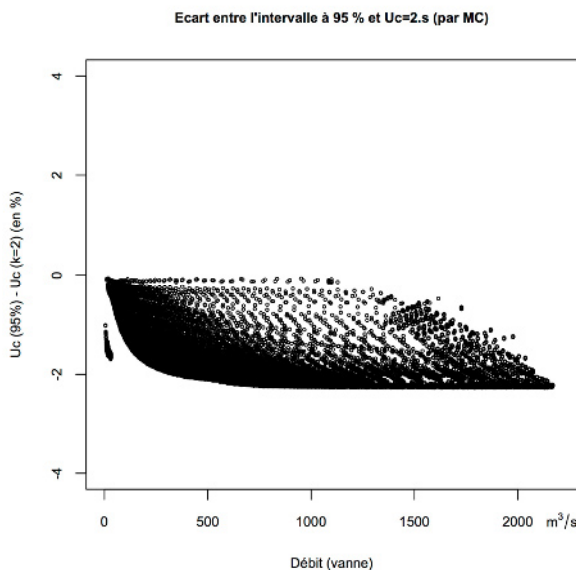


Figure 12. Écart entre l'intervalle à 95 % et $U_c=2.s$

3.4.4 Comparaison LPI vs MC

Au regard des objectifs de l'étude et conformément aux recommandations du supplément 1, les simulations de MC sont ici réalisées pour évaluer si l'application de la LPI, beaucoup moins coûteuse en temps de calcul et permettant plus facilement de hiérarchiser les

composantes d'incertitude, est satisfaisante. Pour un scénario donné, les incertitudes obtenues par MC, exprimées sous forme de l'intervalle à 95 % (figure 13), sont comparées aux incertitudes obtenues par LPI (figure 14).

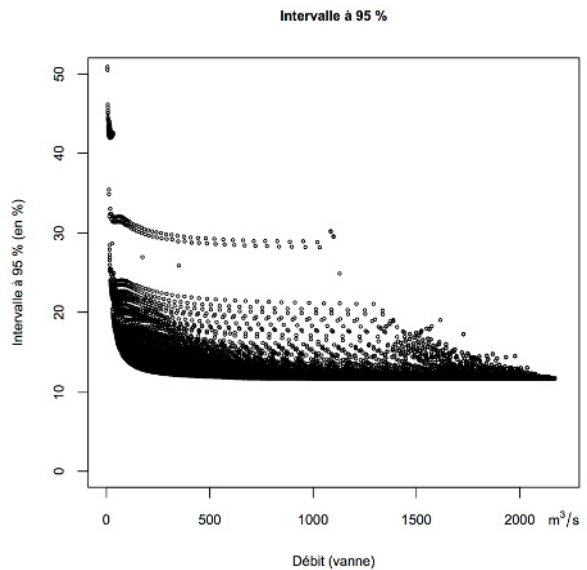


Figure 13. Incertitude $U_c(Q)$ (à 95 %) obtenue par MC

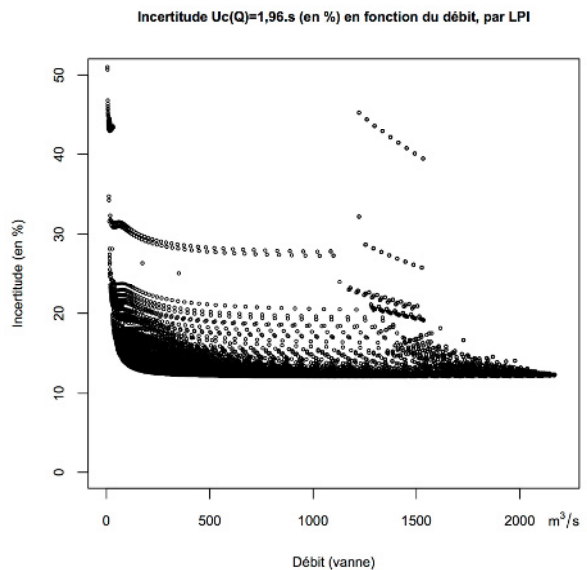


Figure 14. Incertitude $U_c(Q)$ obtenue par LPI ($k=2$)

Si l'allure générale des figures 13 et 14 montre des similitudes, avec un "plancher" aux environs de 12 %, cette représentation met en évidence des structures différentes des résultats obtenus par les deux méthodes, pour les débits entre 1200 et 1600 m^3/s . Il convient cependant de remarquer que ces graphiques contiennent environ 50 000 points, et que la densité de points est particulièrement difficile à représenter.

La figure 15 représente l'incertitude obtenue par LPI en fonction de l'intervalle à 95 % obtenu par MC. Une grande partie des points sont situés à proximité

immédiate de la bissectrice, représentée en rouge, mais un groupe de points s'éloigne notablement (cercle en bleu).

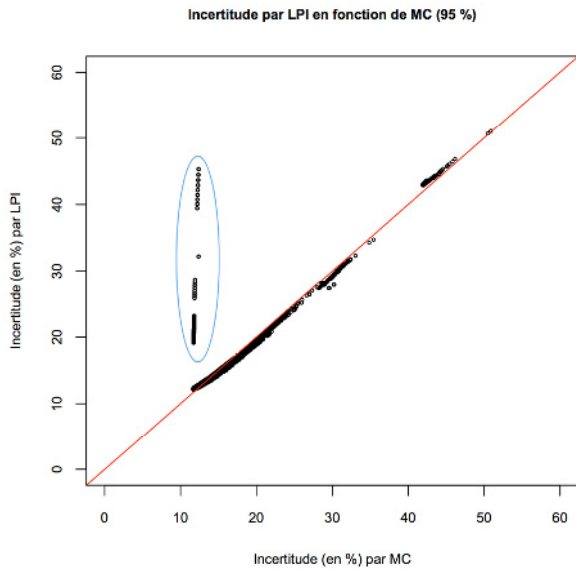


Figure 15. Incertitude $U_c(Q)$ obtenue par LPI en fonction de $U_c(Q)$ (95 %) obtenue par Monte-Carlo, pour chacune des 50 900 configurations calculables.

Les configurations cerclees en bleu sur la figure 15, pour lesquelles il existe un écart significatif entre les incertitudes obtenues par les deux méthodes, sont au nombre de 3780 environ, soit moins de 7,5 % des configurations, et correspondent exclusivement au régime d'écoulement non submergé dénoyé, pour des valeurs de m très élevées (aux environs de 2,41).

Pour les autres configurations (environ 47120), l'écart moyen entre les deux méthodes est de +0,2 %, compris entre -2,4% et +1,2 % (figure 16).

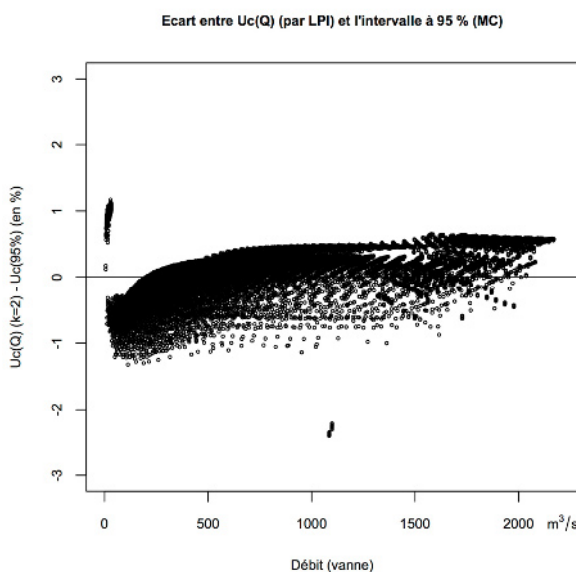


Figure 16. Écart entre l'incertitude $U_c(Q)$ obtenue par LPI et $U_c(Q)$ (95 %) obtenue par Monte-Carlo, pour chacune des 50 900 configurations calculables.

A l'exception du régime d'écoulement non submergé dénoyé (moins de 7,5 % des configurations calculées), les estimations d'incertitude par les deux méthodes présentent des écarts maximaux de l'ordre de 1 %, en plus ou en moins. Cet écart est tout à fait acceptable pour pouvoir, avec le scénario présenté ici, utiliser les résultats de l'application de la loi de propagation des incertitudes.

3.5 Hiérarchisation des composantes

Pour certaines variables, l'interprétation est rapide. Ainsi, l'incertitude de l'ouverture de la vanne est prépondérante pour les faibles ouvertures (figure 17), ce qui rejoint l'analyse théorique de l'équation littérale (6).

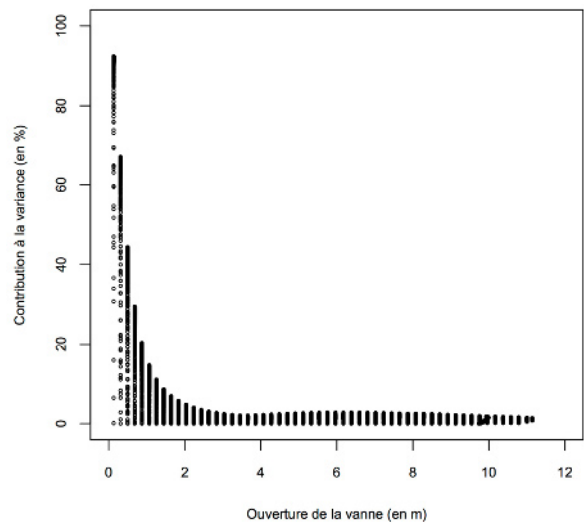


Figure 17. Contribution relative de la variance de l'ouverture de la vanne dans la variance composée, en fonction de l'ouverture.

Pour d'autres variables, l'interprétation est plus délicate. A titre d'illustration, la contribution de la cote amont corrigée est négligeable ou prépondérante selon les cas (figure 18).

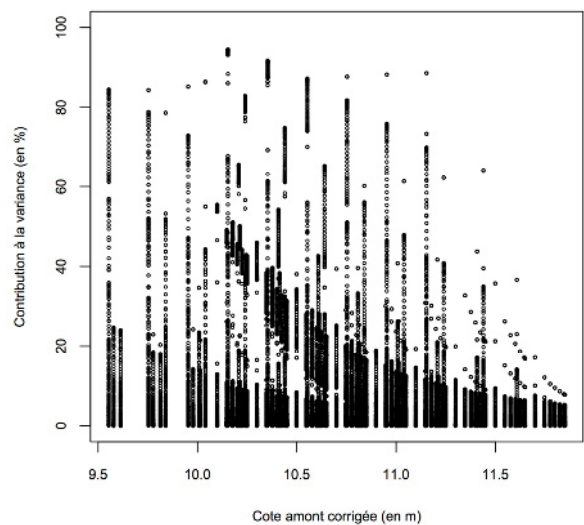


Figure 18. Contribution relative de la variance de la cote amont dans la variance composée.

L'analyse demande alors une décomposition fine des corrections apportées afin d'identifier les variables contribuant le plus à l'incertitude

Il en est de même pour la contribution de la modélisation du coefficient m , négligeable ou prépondérante selon les cas, avec des variations extrêmes pour des débits proches (figure 19). L'analyse est d'autant plus complexe que des débits proches en valeur peuvent correspondre à des configurations voisines ou éloignées des variables d'entrée.

Les représentations graphiques sont ici riches d'enseignements pour analyser les résultats mais elles doivent être interprétées avec précautions, en raison du grand nombre de variables intermédiaires (le choix d'une variable ou d'une autre en abscisse conduit à des interprétations différentes) et en raison de la difficulté à représenter la densité réelle de points quand ces derniers sont superposés.

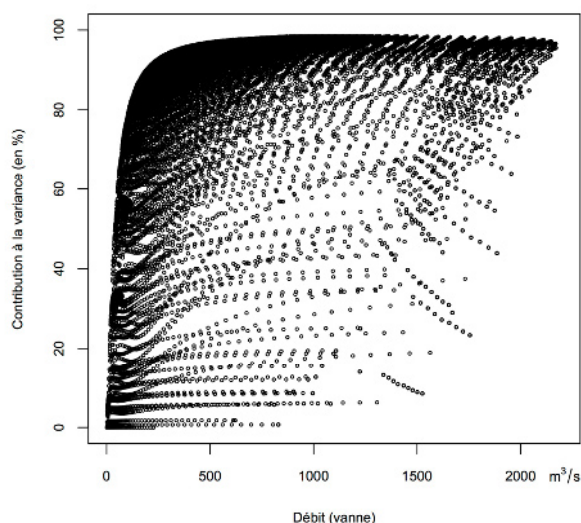


Figure 19. Contribution relative de la variance de m dans la variance composée.

4 Conclusion

L'étude d'incertitude présentée ici porte sur un processus complexe, comprenant une phase expérimentale sur modèle physique, une phase de modélisation par régression linéaire et une phase de mesurages sur site.

L'étude a pour objectif de contribuer à la réduction de l'incertitude de détermination des débits, donc de hiérarchiser les composantes d'incertitude. Au regard de l'allure des équations et des valeurs d'incertitudes-types, ce cas correspond particulièrement aux situations envisagées dans le supplément 1 du GUM, pour lesquels une estimation d'incertitudes par méthodes numériques de Monte-Carlo permet de s'assurer si l'application de la loi de composition des incertitudes-types conduit à des résultats satisfaisants.

Le domaine d'étude est particulièrement étendu et conduit à traiter plus de 50 000 configurations pour les incertitudes de calcul du débit d'une vanne.

En raison du nombre de variables et du nombre de configurations, l'analyse de la contribution de chacune

des variables sur tout le domaine d'étude est particulièrement complexe. Elle demande de choisir et interpréter avec soin les représentations graphiques (choix des axes des abscisses, densité de points, etc.), en distinguant les régimes d'écoulement. Elle requiert également une connaissance approfondie du processus complet, en particulier pour identifier rapidement les configurations ne correspondant pas à des situations "physiques". Cette analyse, qui fait l'objet de la référence [6], permet de définir des priorités opérationnelles, à la fois pour les mesurages sur site et pour la modélisation du coefficient m déterminé sur modèle physique.

Références bibliographiques

1. *Aménagement de Caderousse, Débitance des vannes du barrage de Caderousse, Étude sur modèle réduit*, Rapport interne CNR, 69 pages (2003)
2. *Estimation des incertitudes sur la détermination du débit d'un barrage*, Rapport interne CNR, CA_DPFI-DDX-CACOH 12-0369 (2012).
3. *Aménagement de Caderousse, Mise en équation de la débitance des vannes du barrage de Caderousse*, Rapport interne CNR, 43 pages (2010)
4. *Évaluation des données de mesure — Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure*, jcg100:2008, BIPM (2008).
5. *Estimation de l'incertitude sur le calcul des débitances du barrage de Caderousse - Rapport d'étude CNR, 98 pages, février 2013*
6. *Évaluation des données de mesure — Supplément 1 du "Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure" — Propagation de distributions par une méthode de Monte Carlo*, jcg101:2008, BIPM (2008).